

SESSION DE 1997

—  
C A P E T

---

C O N C O U R S E X T E R N E

---

Section : GENIE ELECTRIQUE

**Option : ELECTROTECHNIQUE ET ENERGIE**

SCIENCES ET TECHNIQUES INDUSTRIELLES
--------------------------------------

**ETUDE DE LA VARIATION DE VITESSE**  
**POUR UNE LIGNE DE LAQUAGE**  
**DE L'USINE PECHINEY RHENALU D'ANNECY**

**Ce sujet comporte trois parties indépendantes :**

Première partie : Etude de la machine à courant continu

Deuxième partie : Etude du modulateur

Troisième partie : Etude de l'asservissement

**Les candidats sont priés de rédiger  
sur des feuilles séparées  
et clairement repérées  
les trois parties indépendantes.**

## PARTIE N°1

### ETUDE D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU

#### A. DETERMINATION DES PARAMETRES DYNAMIQUES DU MOTEUR

Le but de cet essai est de déterminer les paramètres dynamiques d'un moteur à courant continu.

Il est réalisé à excitation constante et on suppose que la réaction magnétique d'induit du moteur est parfaitement compensée.

Le relevé des valeurs suivantes a été réalisé suite à un fonctionnement à vide.

<b>N0</b>	100	300	500	700	900	1 100	1 300	1 500
<b>I0</b>	1,45	1,62	1,76	2,06	2,16	2,46	2,64	2,76
<b>U</b>	15	40	68	96	122	151	176	204

N0 : vitesse de rotation exprimée en tours par minute.

I0 : courant à vide exprimé en ampères.

U : tension d'induit exprimée en volts.

La chute de tension aux balais vaut 1,5 V et la résistance du circuit de l'induit  $R = 0,65 \Omega$ .

On suppose aussi que la force électromotrice s'exprime sous la forme  $E = k\Omega$  et que l'expression du couple de pertes est  $C_p = C_0 + f \Omega$ .

#### Questions:

Déterminer à l'aide de l'essai précédent.

1.1 la valeur de k.

1.2 la valeur de  $C_0$ .

1.3 la valeur de f.

Le moteur à vide est amené à une vitesse de 2 000 tr/mn en augmentant progressivement la tension d'induit et en gardant la même valeur d'excitation que dans l'essai précédent.

Lorsque cette vitesse est atteinte, on ouvre le circuit d'induit et on relève les valeurs suivantes.

<b>N0</b>	2 000	1 750	1 500	1 250	900	750	500	250	0
<b>t</b>	0	1,5	3,5	5,6	9,4	11,3	14,6	17,1	22,7

N0 : vitesse de rotation exprimée en tours par minute.

t : temps exprimé en secondes.

**Question:**

2.1 En déduire à l'aide de l'essai précédent J le moment d'inertie de la partie tournante.

**B. REPONSE A UN ECHELON DE TENSION APPLIQUE A L'INDUIT**

Le moteur est maintenant accouplé à une charge. Elle possède un moment d'inertie de  $J_c = 0,1 \text{ kgm}^2$  et un couple résistant  $C_r = f_c \Omega$  avec  $f_c = 0,1 \text{ Nm/rds}^{-1}$ .

L'amplitude de l'échelon est de 100 V.

Le couple de frottement sec  $C_0$  est négligeable et aussi la chute de tension aux balais dans cette question.

Une mesure nous a donné la valeur de l'inductance de l'induit  $L = 13 \text{ mH}$ .

**Question:**

3.1 Ecrire le système de deux équations différentielles ayant pour variables  $\Omega(t)$ ,  $i(t)$ .

**C. ETUDE DE L'EVOLUTION DE LA VITESSE EN FONCTION DU TEMPS**

**Questions:**

4.1 En déduire l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d^2\Omega}{dt^2} + A \frac{d\Omega}{dt} + B\Omega = C$$

4.2 Déterminer les expressions et les valeurs numériques de A, B et C.

4.3 Calculer les constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$  avec  $\tau_1 > \tau_2$ .

4.4 Donner la solution générale  $\Omega(t)$  de l'équation différentielle.

4.5 On donne  $\Omega(0) = 0$ , préciser  $\frac{d\Omega}{dt}$  pour  $t = 0^+$ .

4.6 Donner l'allure de la courbe  $\Omega = f(t)$ .

4.7 Proposer une méthode de mesure de l'inductance de l'induit et justifier votre proposition.

## D. ETUDE DE L'EVOLUTION DU COURANT EN FONCTION DU TEMPS

### Questions :

5.1 Donner la solution générale  $i(t)$  de l'équation différentielle obtenue.

5.2 Tracer l'allure de la courbe  $i = f(t)$ .

On néglige la valeur de  $L$ .

### Questions :

6.1 En déduire l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d\Omega}{dt} + D\Omega = E$$

6.2 Déterminer les expressions et les valeurs numériques de  $D$  et  $E$ .

6.3 Calculer la constante de temps  $\tau$ .

6.4 Donner la solution générale  $\Omega(t)$  de l'équation différentielle.

6.5 Donner l'allure de la courbe  $\Omega = f(t)$ .

6.6 Donner l'équation  $i(t)$ .

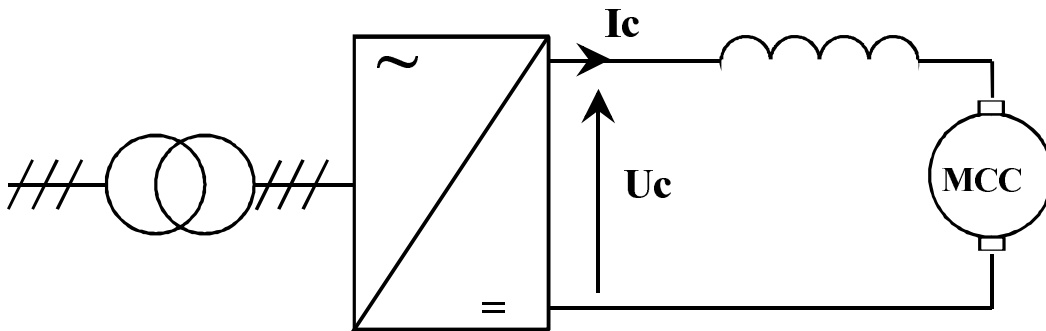
6.7 Tracer l'allure de la courbe  $i = f(t)$ .

6.8 Conclure.

## PARTIE N°2

### ETUDE D'UN MODULATEUR

On se propose d'étudier un type de modulateur susceptible d'alimenter ce moteur. Celui-ci pouvant fonctionner dans deux quadrants, le signe de la tension moyenne peut être positif ou négatif. Le moteur est alimenté par le dispositif ci-dessous, représentant un transformateur Dy11 qui alimente un pont PD3 tout thyristor. La charge est constituée par l'induit du moteur en série avec une inductance de lissage  $L_c$  dont la valeur est suffisamment élevée pour avoir un courant  $I_c$  moyen constant quelque soit le mode de fonctionnement. On dispose d'un réseau 127 / 220 V en aval du transformateur.



### 1. FONCTIONNEMENT IDEALISE

On suppose le transformateur parfait, sans impédance, et les redresseurs assimilables à des interrupteurs sans chute de tension lorsqu'ils conduisent.

#### Questions:

- 1.1 Tracer sur le document réponse N°1 l'allure de  $u_c$  et de  $V_{ak}$  pour un thyristor, avec un angle  $\psi$  de  $30^\circ$ .
- 1.2 Démontrer la valeur moyenne de la tension  $u_c$  en fonction de  $\psi$ .
- 1.3 Donner la courbe  $u_c \text{ moyen} = f(\psi)$  pour  $\psi$  compris entre  $0$  et  $180^\circ$ .

On prendra comme résistance d'induit à chaud  $R = 0,65 \Omega$ , on relève le point de fonctionnement suivant pour un fonctionnement en moteur:

Courant d'induit  $I = 7,5 \text{ A}$   
Vitesse  $n = 735 \text{ tr/mn}$   
Tension moyenne  $U_c = 100 \text{ V}$

- 1.4 Calculer la valeur de  $\psi$  pour avoir  $|U_c| = 100 \text{ V}$  et commenter les modes de fonctionnement en faisant un rapide bilan énergétique.
- 1.5 Calculer le facteur de puissance au secondaire du transformateur.
- 1.6 En déduire la puissance apparente de celui ci, pour un fonctionnement en moteur.
- 1.7 Tracer  $\Omega = f(\psi)$  si le moteur entraîne une charge dont le couple est proportionnel à la vitesse. On négligera toutes les pertes sauf les pertes joules.
- 1.8 Calculer l'angle  $\psi$  maximum, pour avoir un fonctionnement moteur, si on prend en compte un couple de perte constant de 16,6 % du couple de fonctionnement précédent.
- 1.9 Calculer  $\psi$  minimum pour avoir un fonctionnement moteur à vitesse maximum de 1 470 tr/mn avec la même charge.
- 1.10 On suppose que le moteur fonctionne maintenant en génératrice. Tracer sur le document réponse N°2 l'allure de  $u_c$  et de  $V_{ak}$  pour un thyristor, avec un angle  $\psi$  de  $150^\circ$ .

## 2. FONCTIONNEMENT REEL

On prend maintenant en compte les inductances de fuites du transformateur ramenées au secondaire, les résistances du transformateur, et le temps de commutation des thyristors.

### Etude de l'influence des inductances de fuite du transformateur

On prendra  $R = 0,65 \Omega$ ,  $I = 7,5 \text{ A}$ ,  $n = 735 \text{ tr/mn}$ ,  $\psi = 70^\circ$ .  
L'inductance de fuite ramenée au secondaire du transformateur est de 1 mH.

#### **Questions:**

- 2.1 Donner le principe de la commutation entre deux thyristors.
- 2.2 Donner la valeur de la chute de tension due à l'empiétement, ainsi que la tension  $U_c$  durant la commutation.
- 2.3 Donner la durée de la commutation.

## Etude de l'influence des résistances du transformateur

La résistance d'un enroulement primaire du transformateur est  $1 \Omega$ , celle d'un enroulement secondaire est de  $50 \text{ m}\Omega$ , et le rapport de transformation du transformateur  $U_2/U_1$  est de 0,577

### **Questions:**

- 2.4 Donner la valeur de la résistance équivalente du transformateur ramenée en sortie de pont.
- 2.5 Donner la valeur de la chute de tension due aux résistances du transformateur.

## Etude de l'influence du temps de recouvrement des thyristors

### **Questions:**

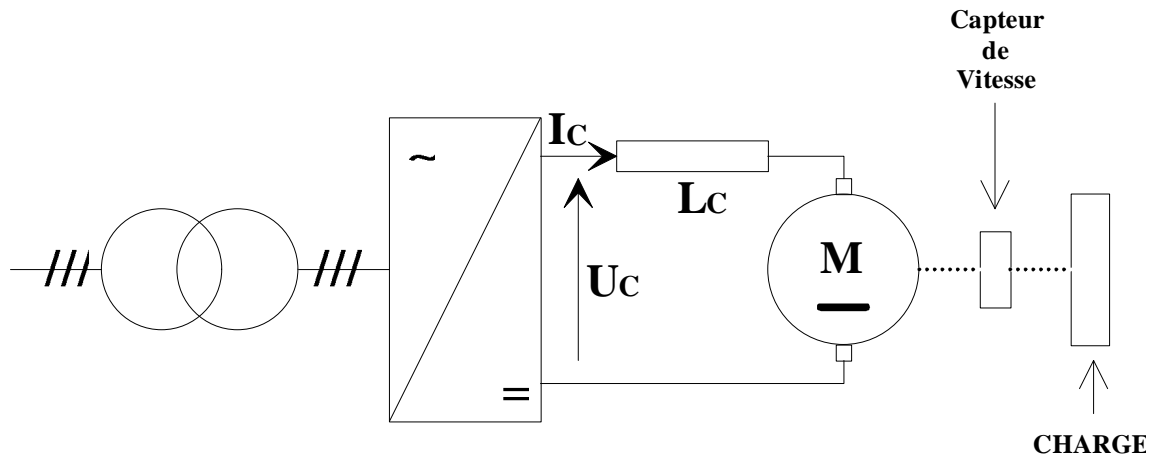
- 2.6 Le Toff des thyristors employés est de  $150 \mu\text{s}$  et le courant maximum est de  $50 \text{ A}$  donner l'angle de garde minimum.

## Conclusion

- 2.7 Donner l'angle de garde des thyristors en tenant compte des paramètres réels de l'installation si l'empiétement maximum est considéré pour un angle de  $70^\circ$ .

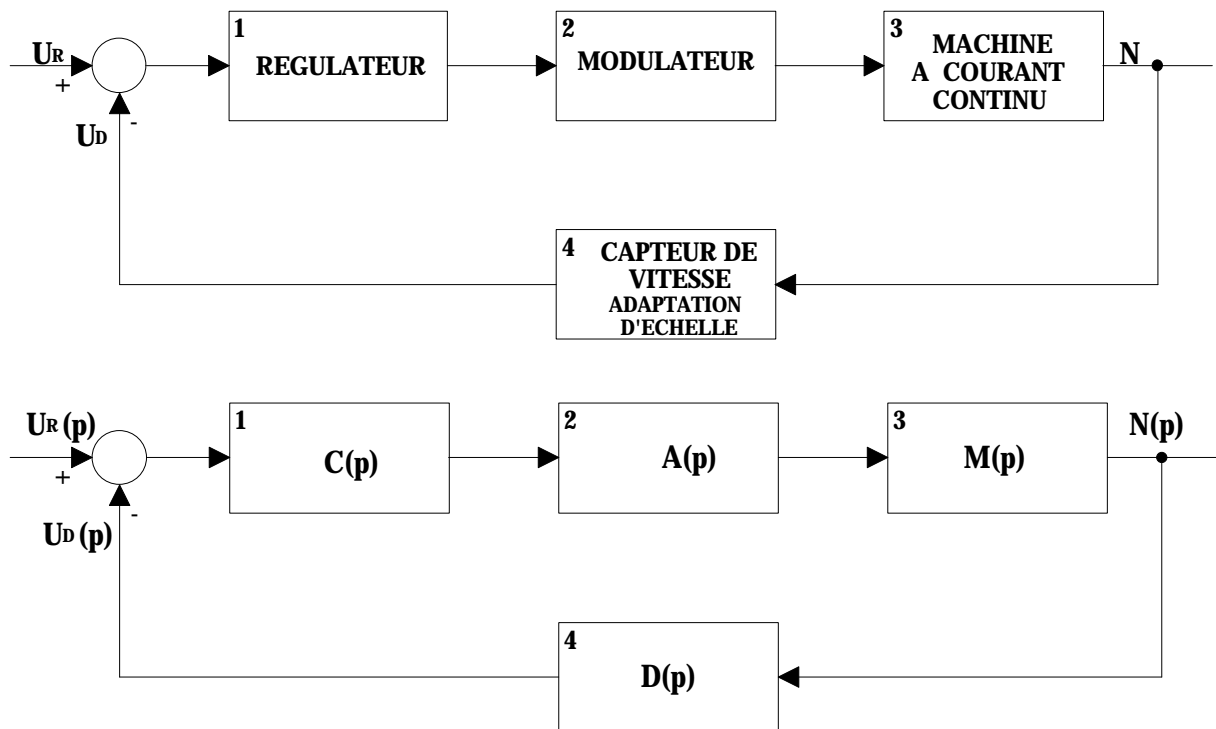
## PARTIE N°3

### ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DE VITESSE D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU



Le schéma de l'asservissement est le suivant :

La machine à courant continu fonctionne à excitation constante et la réaction magnétique d'induit est parfaitement compensée ( $L_c$  sera négligée).



## FONCTIONNEMENT IDEALISE

- (3) La fonction de transfert  $M(p)$  représente la machine à courant continu.  
(2) La fonction de transfert  $A(p)$  représente le modulateur; dans le cadre d'un fonctionnement idéalisé, on prendra  $A(p) = K_M$ .  
(4) La fonction de transfert  $D(p)$  représente le retour tachymétrique et sera modélisée par  $K_d$ .  
La limitation et la régulation d'intensité du modulateur ne seront pas prises en compte dans l'étude du fonctionnement idéalisé.

Données numériques :

Résistance du circuit d'induit :  $R = 0,65 \Omega$   
Inductance du circuit d'induit :  $L = 0,013 \text{ H}$   
Constante de force électromotrice :  $k = 1,25 \text{ Vrad/s}$   
Moment d'inertie :  $J_t = 0,4 \text{ kgm}^2$   
Frottement visqueux :  $f_t = 0,125 \text{ Nm/rad/s}$

### Questions :

- 3.1 Exprimer la fonction de transfert  $M(p)$ .
- 3.2 On pose  $\tau_e = L/R$ ,  $\tau_{em} = R.J/(k^2+R.f_t)$  et  $k_m = k/(k^2+R.f_t)$ . Exprimer la fonction de transfert  $M(p)$  en fonction seulement de  $\tau_e$ ,  $\tau_{em}$ ,  $k_m$  et  $\mu$  (coefficient à préciser).
- 3.3 Simplifier la fonction de transfert  $M(p)$  en tenant compte des données numériques.
- 3.4 Montrer que le dénominateur de la fonction de transfert  $M(p)$  peut se mettre sous la forme :  
 $(1+\tau_1.p).(1+\tau_2.p)$
- Calculer  $\tau_1$  et  $\tau_2$  en fonction de  $\tau_e$  et  $\tau_{em}$ .  
Exprimer numériquement la fonction de transfert  $M(p)$ .
- 3.5 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $N(p)/U_R(p)$ .
- 3.6 On prendra :

$$\begin{aligned}C(p) &= A \\K_M &= 68 \\K_d &= 0,002 \text{ V/tr/mn}\end{aligned}$$

Dimensionner  $A$  de manière à ce que la réponse un échelon de consigne  $U_0/p$  soit le plus rapide possible sans présenter de dépassement.

Donner le facteur d'amortissement choisi  $Z$  et calculer  $\omega_n$ .

Calculer l'erreur statique du premier ordre.

Tracer la réponse à l'échelon de consigne (Document Réponse N°3).

3.7 Comment réduit-on l'erreur statique en conservant la même structure de correcteur?  
Quelles sont les conséquences?

3.8 On désire ramener l'erreur statique du premier ordre à 1%.

Calculer  $\omega_n$ .

Tracer la réponse à un échelon de consigne  $U_0/p$  (Document Réponse N°4).

Donner le temps de réponse à 10% ( $t_{r10\%}$ ) et le dépassement (D en %).

Commenter.

3.9 Proposer une valeur du facteur d'amortissement Z qui amène un compromis satisfaisant entre rapidité de réponse, le dépassement et l'erreur statique.

Calculer le facteur d'amortissement Z et  $\omega_n$ .

Calculer l'erreur statique du premier ordre.

Tracer la réponse à un échelon de consigne  $U_0/p$  (Document Réponse N°5).

Donner le temps de réponse à 10% ( $t_{r10\%}$ ) et le dépassement (D en %).

Commenter.

3.10 On prend maintenant un correcteur de fonction de transfert :  $C(p) = A.(1+\tau_i.p)/p$ .

Dimensionner A et  $\tau_i$  pour obtenir un comportement satisfaisant du système.

Calculer  $\omega_n$ .

Calculer l'erreur statique du premier ordre.

Tracer la réponse à un échelon de consigne  $U_0/p$  (Document Réponse N°6).

Donner le temps de réponse à 10% ( $t_{r10\%}$ ) et le dépassement (D en %).

Commenter.

## FONCTIONNEMENT REEL

(3) La fonction de transfert  $M(p)$  représente la machine à courant continu alimentée par le modulateur.

(2) La fonction de transfert  $A(p)$  représente le modulateur; dans le cadre d'un fonctionnement réel, on prendra  $A(p) = K_M/(1+\tau_M \cdot p)$  (avec  $\tau_M = 1/2pf$  où  $p$  est l'indice de pulsation du modulateur et  $f$  la fréquence du réseau d'alimentation).

(4) La fonction de transfert  $D(p)$  représente le retour tachymétrique et sera modélisée par  $K_d$ . La limitation et la régulation d'intensité du modulateur ne seront pas prises en compte dans la première partie de l'étude du fonctionnement réel.

Données numériques :

Résistance du circuit d'induit :  $R = 0,65 \Omega$

Inductance du circuit d'induit :  $L = 0,013 \text{ H}$

Constante de force électromotrice :  $k = 1,25 \text{ Vrad/s}$

Moment d'inertie :  $J_t = 0,4 \text{ kgm}^2$

Frottement visqueux :  $f_t = 0,125 \text{ Nm/rad/s}$

Inductance de fuite du transformateur ramenée au secondaire :  $L_S = 0,002 \text{ H}$

Résistance équivalente du transformateur ramenée au secondaire :  $R_S = 0,35 \Omega$

### Questions :

3.11 Exprimer la nouvelle fonction de transfert  $M(p)$ .

3.12 On prendra :

$$C(p) = A \cdot (1 + \tau_i \cdot p) \cdot (1 + \tau_d \cdot p) / p.$$

$$K_M = 68$$

$$K_d = 0,002 \text{ V/tr/mn}$$

Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $N(p)/U_R(p)$ .

Dimensionner  $A$ ,  $\tau_i$  et  $\tau_d$  pour obtenir un comportement satisfaisant du système.

Calculer  $\omega_n$ .

Calculer l'erreur statique du premier ordre.

Tracer la réponse à un échelon de consigne  $U_0/p$  (Document Réponse N°7).

Donner le temps de réponse à 10% ( $t_{r10\%}$ ) et le dépassement ( $D$  en %).

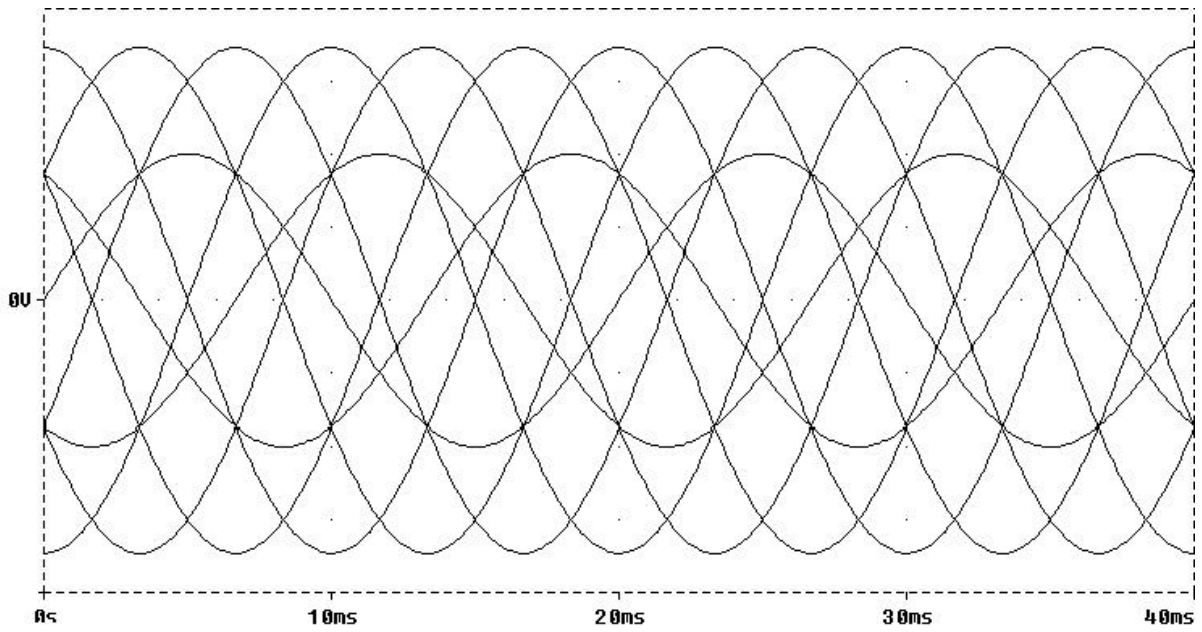
Commenter.

3.13 On prend maintenant en compte la limitation et la régulation d'intensité du modulateur.

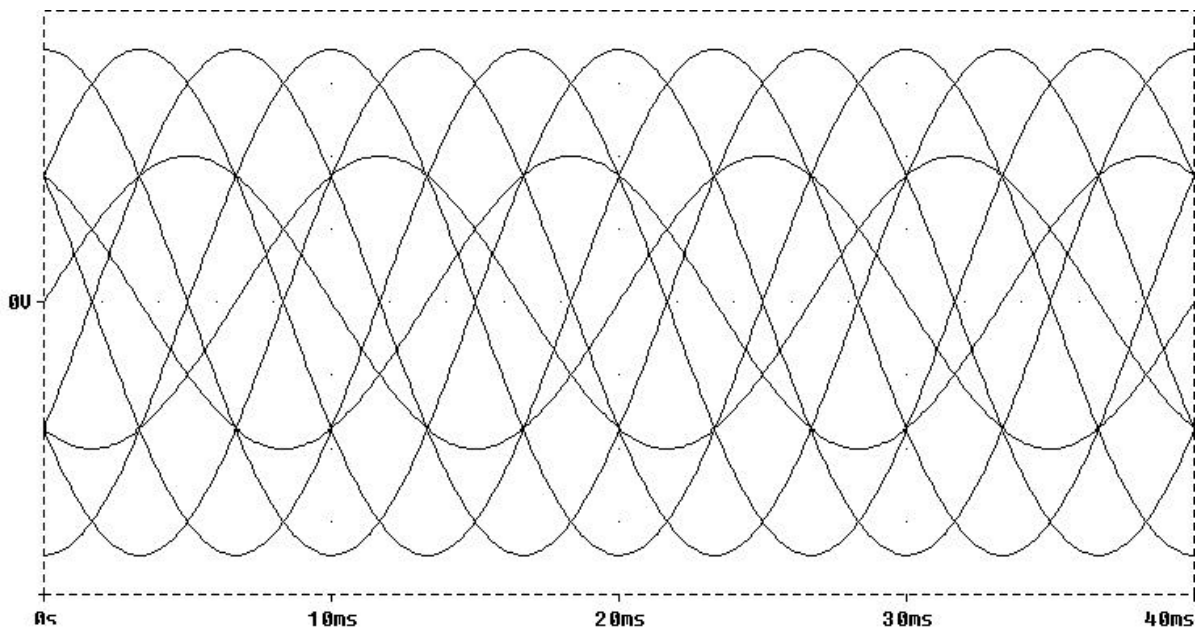
Proposer le schéma fonctionnel de la régulation d'intensité et de vitesse à boucles en cascade.

Expliciter et justifier chacune des fonctions de la régulation à boucles en cascade.

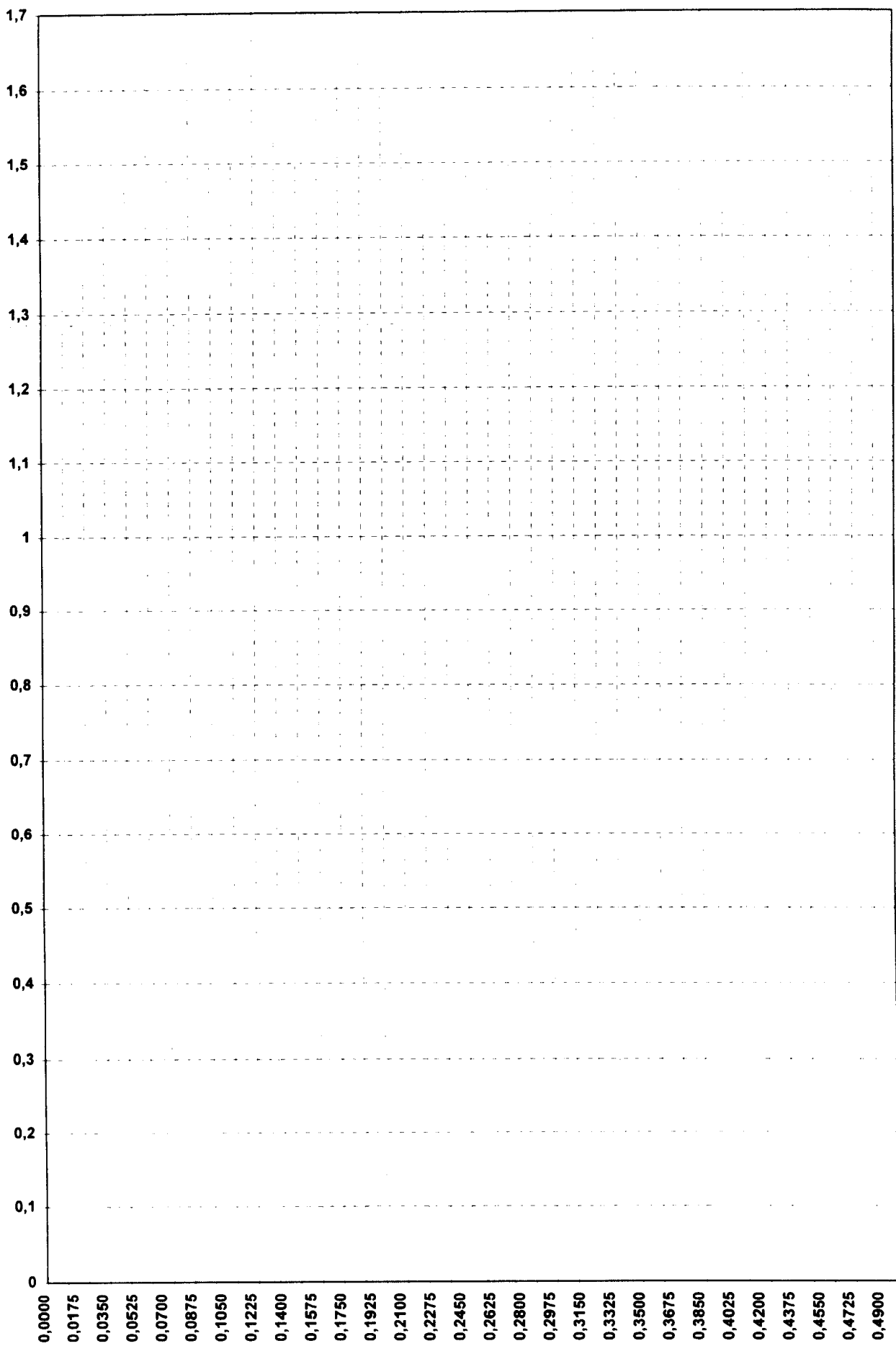
## Document réponse N°1



## Document réponse N°2



DOCUMENT REPOSE N° 3 à 7



## PARTIE N°1

### ETUDE D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU

#### A. DETERMINATION DES PARAMETRES DYNAMIQUES DU MOTEUR

$$1.1 \quad U = E + RI + \epsilon \Delta_u$$

$$\epsilon = 0$$

$$E = k\Omega$$

pour deux points du tableau, on a:

$$U_1 = 15 \text{ V}, I_{0(1)} = 1,45 \text{ A et } N_{0(1)} = 100 \text{ tr/mn}$$

$$U_2 = 204 \text{ V}, I_{0(2)} = 2,76 \text{ A et } N_{0(2)} = 1\,500 \text{ tr/mn}$$

$$E_1 = 12,6 \text{ V} \Rightarrow k_1 = 1,20 \text{ Vrad/s}$$

$$E_2 = 201 \text{ V} \Rightarrow k_2 = 1,28 \text{ Vrad/s}$$

$$k = 1,24 \text{ Vrad/s}$$

1.2 et 1.3

$$\text{à vide } C_u = 0 \text{ et } C_0 = C_p = kI_0$$

$$\text{pour } \Omega_1 \text{ on a : } kI_{0(1)} = C_0 + f\Omega_1 \Rightarrow 1,24 \times 1,45 = C_0 + f2\pi \times 100/60$$

$$\text{pour } \Omega_2 \text{ on a : } kI_{0(2)} = C_0 + f\Omega_2 \Rightarrow 1,24 \times 2,76 = C_0 + f2\pi \times 1\,500/60$$

$$f = 0,011 \text{ Nms/rad}$$

$$C_0 = 1,68 \text{ Nm}$$

2.1 en régime de ralentissement, on peut écrire si  $I_0 = 0$  et  $C_m = 0$

$$C_m - C_r = J \frac{d\Omega}{dt}$$

$$-f\Omega - C_0 = J \frac{d\Omega}{dt}$$

on en déduit :

$$\Omega = -\frac{C_0}{f} + Ae^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } \tau = \frac{J}{f}$$

$$\text{à } t = 0 \quad \Omega = \Omega_0 \quad N_0 = 2\,000 \text{ tr/mn}$$

$$\Omega = -\frac{C_0}{f} + \left(\Omega_0 + \frac{C_0}{f}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{à } t = t_1 = 22,7 \text{ s } \quad \Omega = 0 \text{ donc :}$$

$$\frac{t_1 f}{J} = \ln\left(\frac{\Omega_0 + \frac{C_0}{f}}{\frac{C_0}{f}}\right)$$

$$J = \frac{t_1 f}{\ln\left(1 + \frac{f\Omega_0}{C_0}\right)} = 0,289 \text{ kgm}^2$$

## B. REPONSE A UN ECHELON DE TENSION APPLIQUE A L'INDUIT

- 3.1 on néglige  $C_0$ , la charge représente donc  
 $J_t = J_c + J = 0,389 \text{ kgm}^2$        $f_t = f + f_c = 0,111 \text{ Nm/rds}^{-1}$

$$u = k\Omega + Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$J_t \frac{d\Omega}{dt} = C_r + C_p = ki - f_t \Omega$$

## C. ETUDE DE L'EVOLUTION DE LA VITESSE EN FONCTION DU TEMPS

- 4.1 L'étude se décompose en deux parties  
 a)  $\Omega = 0$  et  $i$  augmente jusqu'à  $\Omega > 0$  (très rapide)  
 b)  $\Omega$  et  $i$  évoluent jusqu'à leurs valeurs finales

- a)  $\Omega = 0$

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} \quad t_e = \frac{L}{R} = 0,02 \text{ s}$$

$$i = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{t}{t_e}}) = 154 (1 - e^{-\frac{t}{t_e}})$$

Ce régime s'arrête quand  $i = I_0 = 1,34 \text{ A}$  (extrapolation de la courbe) soit  $t_1 = 0,175 \text{ ms}$  alors  $\Omega$  devient plus grand que 0.

- b) On garde comme origine des temps  $t = 0$  ( $t_1 = \text{négligeable en méca}$ )

$$u = k\Omega + Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$J_t \frac{d\Omega}{dt} = ki - f_t \Omega$$

$$i = \frac{J_t \frac{d\Omega}{dt} + f_t \Omega}{k}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{k} (J_t \frac{d^2\Omega}{dt^2} + f_t \frac{d\Omega}{dt})$$

$$u = k\Omega + \frac{R}{k} (J_t \frac{d\Omega}{dt} + f_t \Omega) + \frac{L}{k} (J_t \frac{d^2\Omega}{dt^2} + f_t \frac{d\Omega}{dt})$$

$$\frac{d^2\Omega}{dt^2} \frac{L}{k} J_t + \frac{d\Omega}{dt} (\frac{R}{k} J_t + f_t) + \Omega (k + \frac{R}{k} f_t) = u$$

$$\frac{d^2\Omega}{dt^2} + \frac{d\Omega}{dt} (\frac{R}{L} + \frac{f_t}{J_t}) + \Omega (\frac{k^2}{LJ_t} + \frac{Rf_t}{LJ_t}) = \frac{uk}{LJ_t}$$

#### 4.2 valeurs de A, B, C

$$A = \frac{R}{L} + \frac{f_t}{J_t} = 50,3$$

$$B = \frac{k^2}{LJ_t} + \frac{Rf_t}{LJ_t} = 318,3$$

$$C = \frac{uk}{LJ_t} = 24\,520$$

#### 4.3 calcul de $\tau_1$ et $\tau_2$

l'équation caractéristique est:

$$r^2 + 50,3r + 318,3 = 0$$

$$r_1 = -7,4$$

$$r_2 = -42,87$$

$$i_1 = -\frac{1}{r_1} = 0,135s$$

$$i_2 = -\frac{1}{r_2} = 0,023s$$

#### 4.4 solution générale

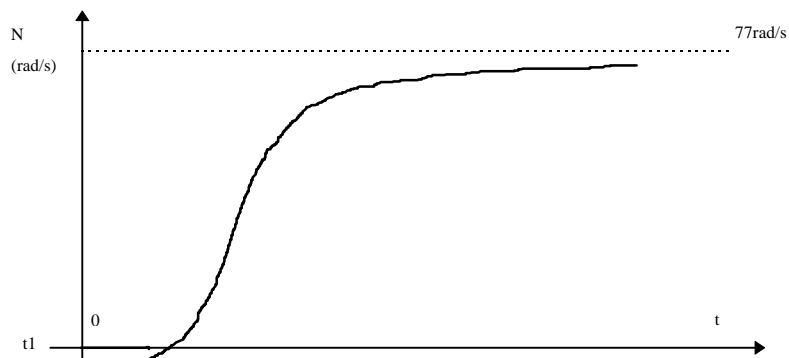
$$\Omega = a e^{-\frac{t}{\tau_1}} + b e^{-\frac{t}{\tau_2}} + c$$

$$c = \frac{20\,576}{267} = 77 \text{ rad / s}$$

4.5 il n'y a pas de discontinuité de  $\Omega$  à  $t = 0$   $\Omega = 0$  et  $t = 0^+$  où  $I = 1,34$  A donc :

$$\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)_{0^+} = \frac{kI_{0^+}}{J_t} = 4,27 \text{ m / s}^2$$

#### 4.6



4.7 On alimente l'induit avec une tension continue, on a  $U=RI$ .

On alimente l'induit avec une tension de pulsation  $\omega$ , on a

$$U = ZI = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} I \quad \text{on a } L = \frac{\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2}}{\omega}$$

## D. ETUDE DE L'EVOLUTION DU COURANT EN FONCTION DU TEMPS

5.1 Après la phase de  $t = 0$  à  $0^+$  (0,175 ms et  $I_0 = 1,34$  A)

on a les équations suivantes:

$$u = k\Omega + Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$J_i \frac{d\Omega}{dt} = ki - f_i \Omega$$

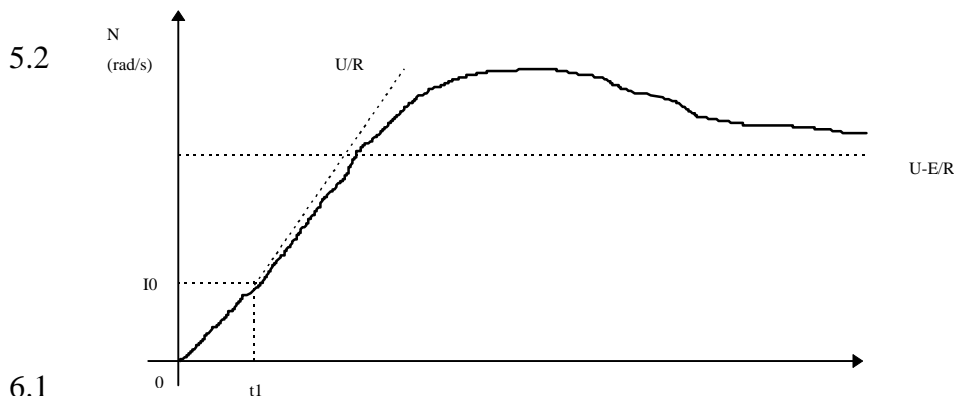
$$\Omega = \frac{u}{k} - \frac{Ri}{k} - \frac{Ldi}{kdt}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = 0 - \frac{Rdi}{kdt} - \frac{Ld^2i}{kdt^2}$$

$$-\frac{J_i L}{k} \frac{d^2i}{dt^2} - \frac{di}{dt} \left( \frac{J_i R}{k} + \frac{f_i L}{k} \right) - i \left( k + \frac{f_i R}{k} \right) + \frac{f_i u}{k} = 0$$

$$4,07 \cdot 10^{-3} \frac{d^2i}{dt^2} + 0,205 \frac{di}{dt} + 1,29i - 8,95 = 0$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 50,36 \frac{di}{dt} + 317i = 2199$$



$$\frac{d\Omega}{dt} + \Omega \frac{k + \frac{R}{k} f_i}{\frac{R}{k} J_i + f_i} = \frac{u}{\frac{R}{k} J_i + f_i}$$

6.2

$$\frac{d\Omega}{dt} + 4,12 \Omega = 317,5$$

d'où  $D = 4,12$  et  $E = 317,5$

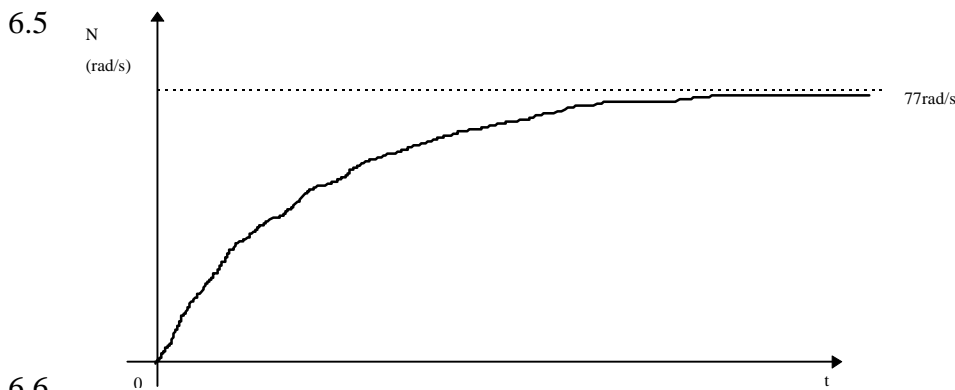
6.3

$$t_3 = \frac{1}{D} = 0,242s$$

6.4 solution générale

$$\Omega = \frac{u}{\left(\frac{R}{k} J_t + f_t\right) \left(\frac{k + \frac{R}{k} f_t}{\frac{R}{k} J_t + f_t}\right)} (1 - e^{-\frac{t}{t_3}})$$

$$\Omega = 77 (1 - e^{-\frac{t}{t_3}})$$



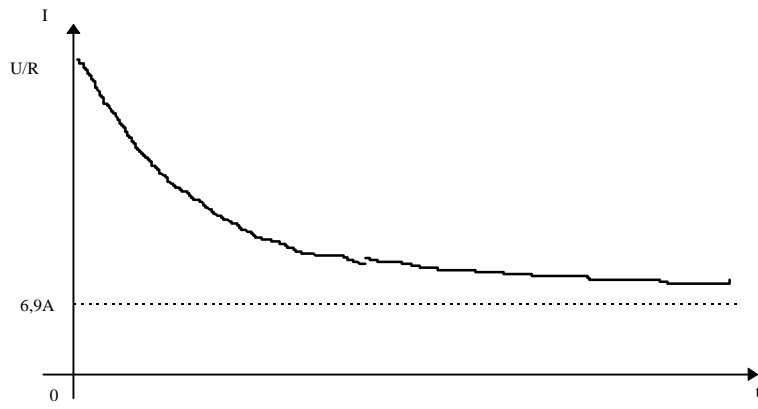
$$i = \frac{u - k\Omega}{R}$$

$$i = \frac{u - k \frac{u}{\left(\frac{R}{k} J_t + f_t\right) \left(\frac{k + \frac{R}{k} f_t}{\frac{R}{k} J_t + f_t}\right)} (1 - e^{-\frac{t}{t_3}})}{R}$$

$$i = \frac{u - k77(1 - e^{-\frac{t}{t_3}})}{R}$$

$$i = 6,9 + 147e^{-\frac{t}{0,242}}$$

6.7



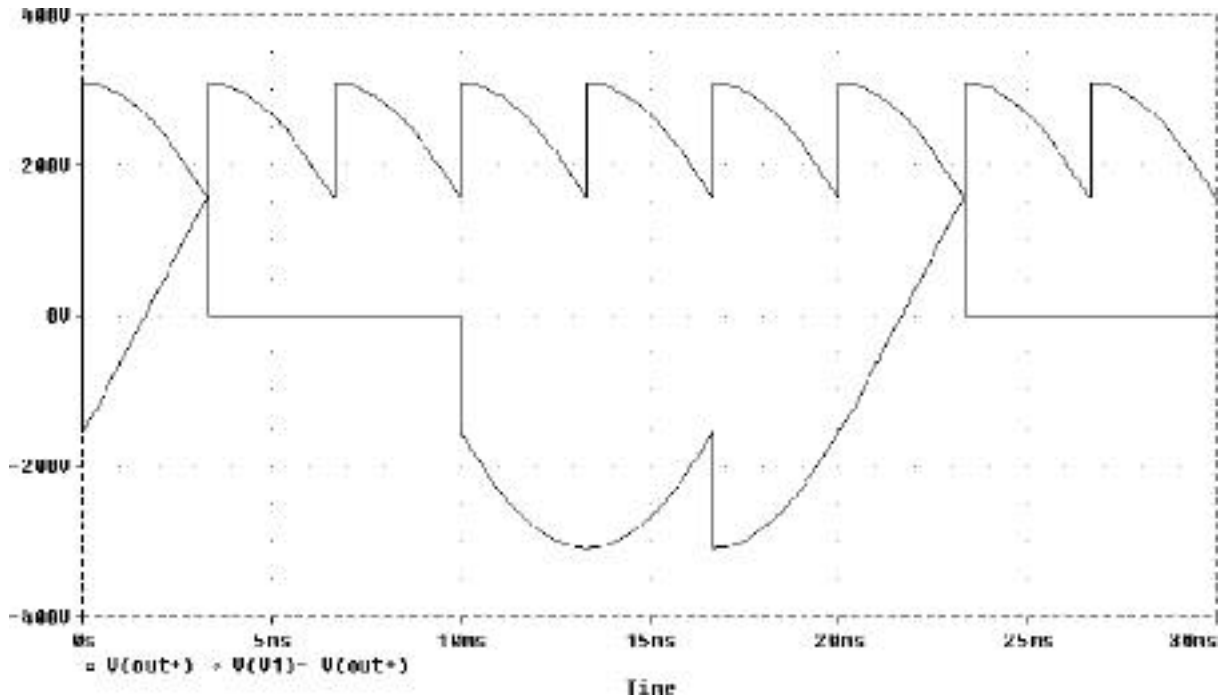
6.8

Comparaison d'équation du premier et second ordre.  
Temps de réponse, valeurs négligeables.

## Correction partie N°2

### 1. fonctionnement idéalisé

#### 1.1 Tracé de la courbe



#### 1.2 Expression de la valeur moyenne

On pose  $t=0$  tel que:

$$v_1 = V_{\max} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$v_2 = V_{\max} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$U_{\text{moyen}} = \frac{3}{T} \int_{\psi - \frac{\pi}{6}}^{\psi + \frac{\pi}{6}} v_1(t) - v_2 dt$$

$$U_{\text{moyen}} = \frac{3 V_{\max}}{\pi} \int_{\psi - \frac{\pi}{6}}^{\psi + \frac{\pi}{6}} \sin \left( \theta + \frac{\pi}{3} \right) - \sin \left( \theta - \frac{\pi}{3} \right) d\theta$$

$$U_{\text{moyen}} = \frac{3 V_{\max}}{\pi} \int_{\psi - \frac{\pi}{6}}^{\psi + \frac{\pi}{6}} 2 \sin \frac{\pi}{3} \cos(\theta) d\theta$$

$$U_{\text{moyen}} = \frac{3 V_{\max} 2 \sqrt{3}}{2\pi} \left[ \sin \theta \right]_{\psi - \frac{\pi}{6}}^{\psi + \frac{\pi}{6}}$$

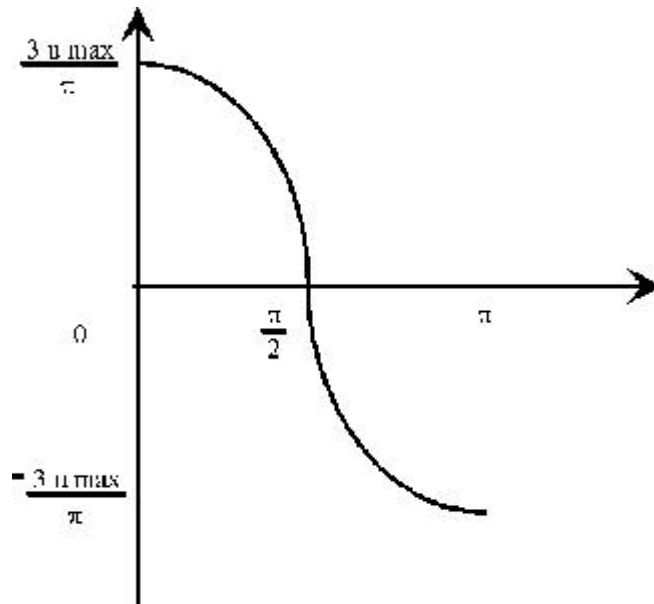
$$U_{\text{moyen}} = \frac{3 V_{\max} \sqrt{3}}{\pi} 2 \sin \left( \frac{\pi}{6} \right) \cos(\psi)$$

$$U_{\text{moyen}} = \frac{3 V_{\max} \sqrt{3}}{\pi} \cos(\psi)$$

donc :

$$U_{\text{moyen}} = \frac{3 U_{\text{max}}}{\pi} \cos \Psi$$

### 1.3 Courbe $U_c \text{ moyen} = f(\alpha)$



### 1.4 Calcul de $\psi$

$$U_c = \frac{3 U_{\text{max}}}{\pi} \cos \Psi = 297,1 \cos \Psi$$

on à donc  $|\cos \Psi| = 0,3366$

cas où  $\cos \psi = 0,03366$

En fonctionnement en moteur

$$\cos \psi = 0,3367$$

$$\boxed{\psi = 1,22 \text{ rad} = 70,3^\circ}$$

$$P_{\text{a moteur}} = U I = 100 * 7,5 = 750 \text{ W}$$

$$P_{\text{e moteur}} = E I = (U - RI) I = 722 \text{ W}$$

cas où  $\cos \psi = -0,03366$

En fonctionnement en générateur

$$U_c = (3 U_{\text{max}} / \pi) \cos \psi = -100 \text{ V}$$

$$\cos \psi = -0,3367$$

$$\boxed{\psi = 1,9142 \text{ rad} = 110^\circ}$$

$$\text{Puissance génératrice} = E I = (U + RI) I = (100 + (0,5 * 7,5)) 7,5 = 778 \text{ W}$$

$$\text{Puissance restituée} = U I = 100 * 7,5 = 750 \text{ W}$$

### 1.5 Facteur de puissance

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{U_{\text{moyen}} I_{\text{moyen}}}{U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}} = \frac{3 U_{\text{max}} \cos(\psi) I_0}{\pi U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}}$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{3} I_0}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{3 \cos(\psi)}{\pi}$$

Pour  $U = 100 \text{ V}$   $\cos(\psi) = 0.3367$

$$S = \frac{P}{\cos(\psi)} = \frac{100 * 7.5}{0.95 * 0.3367} = 2.34 \text{ KVA}$$

$$\cos \psi = 0,3367$$

### 1.6 Puissance apparente

$$S = 2,34 \text{ KVA}$$

### 1.7 Tracer $\Omega = f(\psi)$

$$U_{\text{moyen}} = E + R I = k \Omega + R I = \frac{3 U_{\text{max}} \cos(\psi)}{\pi}$$

$$T = K I = \text{cte} \Omega \text{ donc } I = \frac{\text{cte} \Omega}{K}$$

$$\frac{3 U_{\text{max}} \cos(\psi)}{\pi} = K \Omega + \frac{R \text{cte} \Omega}{K}$$

$$\Omega = \frac{3 U_{\text{max}} \cos(\psi)}{\pi} * \frac{K}{K \Delta + R \text{cte}}$$

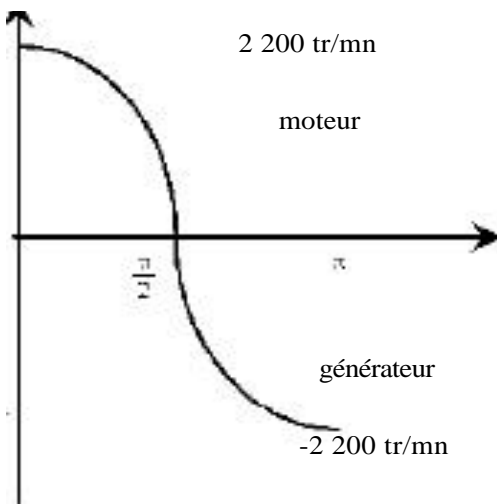
$$K = \frac{U_0 - R I}{\Omega} = \frac{100 - 0.5 * 7.5}{76.97} = 1.25$$

$$\text{cte} = \frac{K I}{\Omega} = \frac{1.25 * 7.5}{76.97} = 0.122$$

$$\Omega = \frac{3 * 1.25 * 311 * 0.3367}{\pi * 0.3367 * (1.25 \Delta + (0.5 * 1.22))}$$

d'où

$$\Omega = 228 \cos \psi \text{ et } n = 2200 \cos \psi$$



### 1.8 Couple de perte constante

$$U_{\text{moyen}} = E + R I = k \Omega + R I = \frac{3 U_{\text{max}} \cos(\Psi)}{\pi}$$

$$T = K I = \text{cte } \Omega + T_0 \text{ donc } I = \frac{\text{cte } \Omega + T_0}{K}$$

$$T_0 = \frac{16 K I}{100} = \frac{16,66 * 1,25 * 7,5}{100} = 1,5 \text{ Nm}$$

$$\Omega = \left( \frac{3 U_{\text{max}} \cos(\Psi)}{\pi} - \frac{R T_0}{K} \right) \frac{K}{K \Delta + \text{cte } R}$$

Il faut que  $\psi$  soit plus petit que

$$\frac{3 U_{\text{max}} \cos(\Psi)}{\pi} = \frac{R T_0}{K}$$

$$\cos(\Psi) = \frac{\pi R T_0}{3 K I_{\text{max}}} = \frac{\pi * 0,5 * 1,56}{3 * 1,25 * 311} = 2,1 * 10^{-3}$$

d'où  $\psi_{\text{max}} = 89,8^\circ$

### 1.9 on veut une vitesse max de 1 470 tr/mn

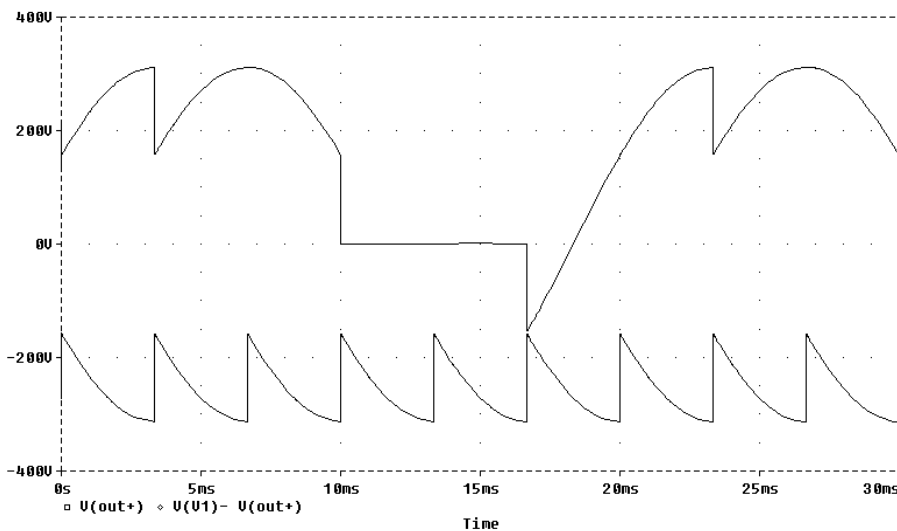
$$\cos(\Psi) = \frac{(K \Delta + \text{cte } R) \Omega + R T_0}{K} \frac{\pi}{3 U_{\text{max}}}$$

$$\cos(\Psi) = 200,55 * 3,36 * 10^{-3} = 0,675$$

d'où

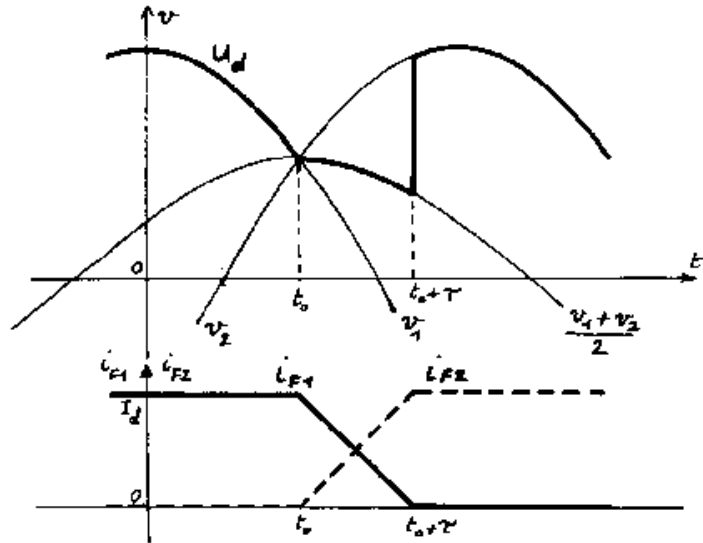
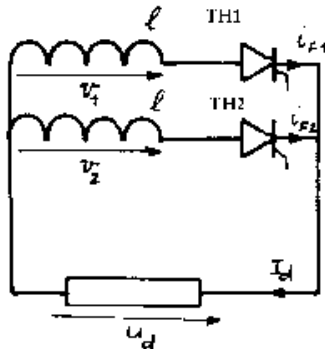
$\psi_{\text{mini}} = 47,5^\circ$

### 1.10 Fonctionnement en génératrice



## 2. Fonctionnement réel

### 2.1 Principe de commutation entre deux thyristors



Nous avons jusqu'ici supposé parfaits tous les éléments du redresseur et en particulier le transformateur. En réalité, les enroulements primaires et secondaires du transformateur (et éventuellement la ligne connectée en amont) présentent des inductances de fuites en conséquence, l'intensité du courant ne peut varier de façon discontinue dans ces éléments et la commutation des thyristors ne peut être instantanée, l'intensité du courant dans le thyristor qui s'éteint ne peut passer instantanément de  $I_c$  à 0 tandis que celle de le thyristor qui s'enclenche passe de 0 à  $I_c$ .

2.2 Donner la valeur de la chute de tension due à l'empîétement, ainsi que la tension  $U_c$  durant la commutation

$$u_c = v_1 - L \frac{di_1}{dt}$$

$$u_c = v_2 - L \frac{di_2}{dt}$$

$$i_1 + i_2 = I_c = \text{Cte}$$

$$L \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_2}{dt} = 0 \text{ donc } L \frac{di_1}{dt} = -L \frac{di_2}{dt}$$

$$2 u_c = v_1 + v_2 - \left( L \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_2}{dt} \right)$$

$$u_c = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

La chute de tension due à l'empiétement est :

$$\begin{aligned}\Delta U_c &= \frac{6}{T} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} v_2 - \frac{v_1 + v_2}{2} dt \\ &= \frac{6}{2T} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} v_2 - v_1 dt\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_2 - v_1 &= L \frac{di_2}{dt} - L \frac{di_1}{dt} \\ &= 2L \frac{di_2}{dt}\end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned}\Delta U_c &= \frac{6}{2T} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} 2L \frac{di_2}{dt} dt \\ &= \frac{6}{T} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} L di_2 \\ &= \frac{6\omega}{2\pi} L [i]_{t_0}^{t_0 + \tau}\end{aligned}$$

à  $t_0$   $i_2 = 0$  et à  $t_0 + \tau$   $i_2 = I$

$$\begin{aligned}\Delta U_c &= \frac{6 L \omega I}{2 \pi} = \frac{3 L \omega I}{\pi} \\ &= \frac{3 * 10^{-3} * 314 * 7,5}{\pi}\end{aligned}$$

d'où

$$\Delta u_c = 2,25V$$

### 2.3 Donner la durée de la commutation

La commutation entre Th1 et Th2 se passe entre  $(5\pi/6 + \psi)$  et  $(5\pi/6 + \psi + \alpha)$

$$u_c = v_2 - L\omega \frac{di_2}{d\theta}$$

$$L\omega \frac{di_2}{d\theta} = v_2 - \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\frac{di_2}{d\theta} = \frac{-u_{12}}{2L\omega}$$

$$= \frac{-U_{max}}{2L\omega} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$di_2 = \frac{-U_{\max}}{2L\omega} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) d\theta$$

$$i_2 = \frac{U_{\max}}{2L\omega} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + Cte$$

pour  $\theta = 5\pi/6$   $i_2 = 0$  d'où

$$Cte = -\frac{U_{\max}}{2L\omega} \cos(\pi + \psi)$$

$$= \frac{U_{\max}}{2L\omega} \cos \psi$$

donc

$$i_2 = \frac{U_{\max}}{2L\omega} \left[ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + \cos(\psi) \right]$$

pour  $\theta = \frac{5\pi}{6} + \psi + \alpha$   $i_2 = I$  fin de la commutation

$$I = \frac{U_{\max}}{2L\omega} \left[ \cos\left(\frac{5\pi}{6} + \psi + \alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos(\psi) \right]$$

$$I = \frac{U_{\max}}{2L\omega} [\cos(\psi) - \cos(\psi + \alpha)]$$

$$\cos(\psi) - \cos(\psi + \alpha) = \frac{2L\omega I}{U_{\max}}$$

$$\cos(\psi) - \cos(\psi + \alpha) = 0,01513$$

pour  $\psi = 70^\circ$

$$\cos(\psi + \alpha) = 0,342 - 0,01513 = 0,3269$$

d'où pour  $\psi = 70^\circ$

$$\alpha = 0,92^\circ$$

2.4 Donner la valeur de la résistance équivalente du transformateur ramenée en sortie de pont.

$$R_s = R_2 + m\Delta R_1$$

$$m = \frac{U_{20}}{U_1 \sqrt{3}} = \frac{0,577}{\sqrt{3}} = 0,333$$

$$R_s = 0,05 + 0,111 = 0,161 \Omega$$

La résistance vue en sortie de pont est de  $2 R_s$  d'où :

$$R_{sp} = 0,322 \Omega$$

2.5 Donner la valeur de la chute de tension due aux résistances du transformateur.

2.6 Le Toff des thyristors employés est de  $150 \mu\text{s}$  et le courant maximum est de  $50 \text{ A}$  donner l'angle de garde minimum.

$$\Phi = \frac{150 \cdot 10^{-6} * 360}{20 \cdot 10^{-3}} = 2,7^\circ$$

## 2.7 Conclusions

Il faut prendre comme angle de garde minimum la somme des angles du au Toff et à l'empîtement soit pour un fonctionnement en récupération  $\psi$  maximum

$$\psi_{\text{max}} = 180^\circ - (2,7^\circ + 1^\circ) = 176,3^\circ$$

### CORRECTION PARTIE N°3

$$3.1 \quad M(p) = \frac{k}{R \cdot f_i + k^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L \cdot f_i + R \cdot J_i}{R \cdot f_i + k^2} \cdot p + \frac{L \cdot J_i}{R \cdot f_i + k^2} \cdot p^2}$$

$$3.2 \quad M(p) = \frac{k_m}{1 + (m t_e + t_{em}) \cdot p + t_e \cdot t_{em} \cdot p^2} \quad \text{avec } \mu = \frac{R \cdot f_i}{R \cdot f_i + k^2}$$

$$3.3 \quad \begin{aligned} \tau_e &= 0,02 \text{ s} \\ \tau_{em} &= 0,158 \text{ s} \\ k_m &= 0,76 \\ \mu &= 0,049 \quad (\mu \cdot \tau_e = 0,00099 \text{ s} \ll \tau_{em} = 0,158 \text{ s}) \end{aligned}$$

$$\rightarrow M(p) = \frac{k_m}{1 + t_{em} \cdot p + t_e \cdot t_{em} \cdot p^2} = \frac{0,76}{1 + 0,158 \cdot p + 0,003 \cdot p^2}$$

$$3.4 \quad 1 + 0,158 \cdot p + 0,003 \cdot p^2 = (1 + 0,022 \cdot p) \cdot (1 + 0,136 \cdot p)$$

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0,022 \text{ s} \\ \tau_2 &= 0,136 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\tau_1 + \tau_2 = 0,158 \text{ s} = \tau_{em} \quad \tau_1 \cdot \tau_2 = 0,003 \text{ s} = \tau_e \cdot \tau_{em}$$

$$\rightarrow M(p) = \frac{0,76}{(1 + 0,022 \cdot p) \cdot (1 + 0,136 \cdot p)}$$

$$3.5 \quad \frac{N(p)}{U_R(p)} = \frac{k_m \cdot K_M \cdot C(p)}{1 + k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot C(p)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{t_1 + t_2}{1 + k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot C(p)} \cdot p + \frac{t_1 \cdot t_2}{1 + k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot C(p)} \cdot p^2}$$

$$3.6 \quad \frac{N(p)}{U_R(p)} = \frac{51,68 \cdot A}{1 + 0,98 \cdot A} \cdot \frac{1}{1 + \frac{0,158}{1 + 0,98 \cdot A} \cdot p + \frac{0,003}{1 + 0,98 \cdot A} \cdot p^2}$$

$$\frac{0,158}{1 + 0,98 \cdot A} = \frac{2 \cdot z}{\omega_i} \quad \text{On prend } z = 1$$

$$\frac{0,003}{1 + 0,98 \cdot A} = \frac{1}{\omega_i^2} \quad \rightarrow A = 1,1 \text{ et } \omega_n = 26,32 \text{ rd/s}$$

Réponse à l'échelon de consigne  $\frac{U_0}{p}$  :

$$U_D(t) = 0,52 \cdot U_0 \cdot (1 - e^{-26,32 \cdot t}) \cdot (1 + 26,32 \cdot t)$$

Voir document réponse N°3

Erreur statique du premier ordre :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{1+0,98.A} = \frac{1}{1+0,98.1,1} = 0,48$$

3.7  $\epsilon_0 \searrow$  si  $A \nearrow$  mais alors  $z \nearrow$ .

$$3.8 \quad \epsilon_0 = 0,01 = \frac{1}{1+0,98.A} \quad \rightarrow A = 101 \quad \rightarrow z = 0,144 \quad \rightarrow \omega_n = 182,6 \text{ rd/s}$$

Réponse à l'échelon de consigne  $\frac{U_0}{p}$  :

$$U_D(t) = 0,99.U_0. \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \cdot e^{-z.\omega_n.t} \cdot \sin(\omega_n \cdot \sqrt{1-z^2} \cdot t + \text{Arcos } z) \right)$$

Voir document réponse N°4

avec  $z = 0,144$ ,  $\sqrt{1-z^2} = 0,99$ ,  $z.\omega_n = 26,29 \text{ rd/s}$  et  $\omega_n \cdot \sqrt{1-z^2} = 180,7 \text{ rd/s}$ .

Temps de réponse à 10% :  $t_{r10\%} = 0,075 \text{ s}$  ; Dépassement :  $D = 62\%$

3.9 On prend  $z = 0,4 \rightarrow$  Dépassement de 25%  $\rightarrow A = 12,24 \rightarrow \omega_n = 65,82 \text{ rd/s}$

Réponse à l'échelon de consigne  $\frac{U_0}{p}$  :

$$U_D(t) = 0,99.U_0. \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \cdot e^{-z.\omega_n.t} \cdot \sin(\omega_n \cdot \sqrt{1-z^2} \cdot t + \text{Arcos } z) \right)$$

Voir document réponse N°5

avec  $z = 0,4$ ,  $\sqrt{1-z^2} = 0,916$ ,  $z.\omega_n = 26,33 \text{ rd/s}$  et  $\omega_n \cdot \sqrt{1-z^2} = 60,33 \text{ rd/s}$ .

Erreur statique du premier ordre :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{1+0,98.A} = \frac{1}{1+0,98.12,24} = 0,076$$

Temps de réponse à 10% :  $t_{r10\%} = 0,125 \text{ s}$  ; Dépassement :  $D = 16 \%$

$$3.10 \quad \frac{N(p)}{U_R(p)} = \frac{\frac{k_m \cdot K_M \cdot A \cdot (1 + t_i \cdot p)}{p \cdot (1 + t_1 \cdot p) \cdot (1 + t_2 \cdot p)}}{1 + \frac{k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot A \cdot (1 + t_i \cdot p)}{p \cdot (1 + t_1 \cdot p) \cdot (1 + t_2 \cdot p)}}$$

On prend :  $\tau_i = \tau_2 = 0,136 \text{ s}$

$$\frac{N(p)}{U_R(p)} = \frac{1}{K_d} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot A} \cdot p + \frac{t_1}{k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot A} \cdot p^2}$$

$$\frac{2 \cdot z}{\omega_h} = \frac{1}{k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot A}$$

On prend  $z = 0,4 \rightarrow A = 72,33 \rightarrow \omega_n = 56,82 \text{ rd/s}$

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{t_i}{k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot A}$$

Réponse à l'échelon de consigne  $\frac{U_0}{p}$  :

$$U_D(t) = 0,99 \cdot U_0 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \cdot e^{-z \cdot \omega_n \cdot t} \cdot \sin(\omega_n \cdot \sqrt{1-z^2} \cdot t + \text{Arcos } z) \right)$$

Voir document réponse N°6

avec  $z = 0,4$ ,  $\sqrt{1-z^2} = 0,916$ ,  $z \cdot \omega_n = 22,73$  rd/s et  $\omega_n \cdot \sqrt{1-z^2} = 52,08$  rd/s.

Erreur statique du premier ordre :  $\epsilon_0 = 0$

Temps de réponse à 10 % :  $t_{r10\%} = 0,0875$  s ; Dépassement :  $D = 25$  %

$$3.11 \quad M(p) = \frac{k}{R_t \cdot f_t + k^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L_t \cdot f_t + R_t \cdot J_t}{R_t \cdot f_t + k^2} \cdot p + \frac{L_t \cdot J_t}{R_t \cdot f_t + k^2} \cdot p^2}$$

avec  $k = 1,25$  V.rd/s  $\frac{k}{R_t \cdot f_t + k^2} = 0,741$

$$R_t = 1 \Omega$$

$$L_t = 0,015 \text{ H} \quad \frac{L_t \cdot f_t + R_t \cdot J_t}{R_t \cdot f_t + k^2} = 0,238 \text{ s}$$

$$J_t = 0,4 \text{ kg.m}^2$$

$$f_t = 0,125 \text{ Nm/rd/s} \quad \frac{L_t \cdot J_t}{R_t \cdot f_t + k^2} = 0,0036 \text{ s}$$

$$\rightarrow M(p) = \frac{0,741}{1 + 0,238 \cdot p + 0,0036 \cdot p^2} = \frac{0,741}{(1 + 0,016 \cdot p) \cdot (1 + 0,222 \cdot p)}$$

avec  $k_m = 0,741$ ,  $\tau_1 = 0,016$  s et  $\tau_2 = 0,222$  s.

$$3.12 \quad \frac{N(p)}{U_R(p)} = \frac{\frac{k_m \cdot K_M \cdot A \cdot (1 + t_i \cdot p) \cdot (1 + t_d \cdot p)}{p \cdot (1 + t_1 \cdot p) \cdot (1 + t_2 \cdot p) \cdot (1 + t_M \cdot p)}}{1 + \frac{k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot A \cdot (1 + t_i \cdot p) \cdot (1 + t_d \cdot p)}{p \cdot (1 + t_1 \cdot p) \cdot (1 + t_2 \cdot p) \cdot (1 + t_M \cdot p)}}$$

On prend :  $\tau_i = \tau_1 = 0,222$  s

$$\tau_d = \tau_2 = 0,016 \text{ s}$$

$$\tau_M = \frac{1}{2,650} = 0,00167 \text{ s}$$

$$\rightarrow \frac{N(p)}{U_R(p)} = \frac{1}{K_d} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot A} \cdot p + \frac{t_M}{k_m \cdot K_M \cdot K_d \cdot A} \cdot p^2}$$

On prend :  $z = 0,4 \rightarrow A = 977,3 \rightarrow \omega_n = 748,51 \text{ rd/s}$

Réponse à l'échelon de consigne  $\frac{U_0}{p}$  :

$$U_D(t) = 0,99.U_0.\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \cdot e^{-z.\omega_n.t} \cdot \sin(\omega_n.\sqrt{1-z^2}.t + \text{Arcos } z)\right)$$

Voir document réponse N°7

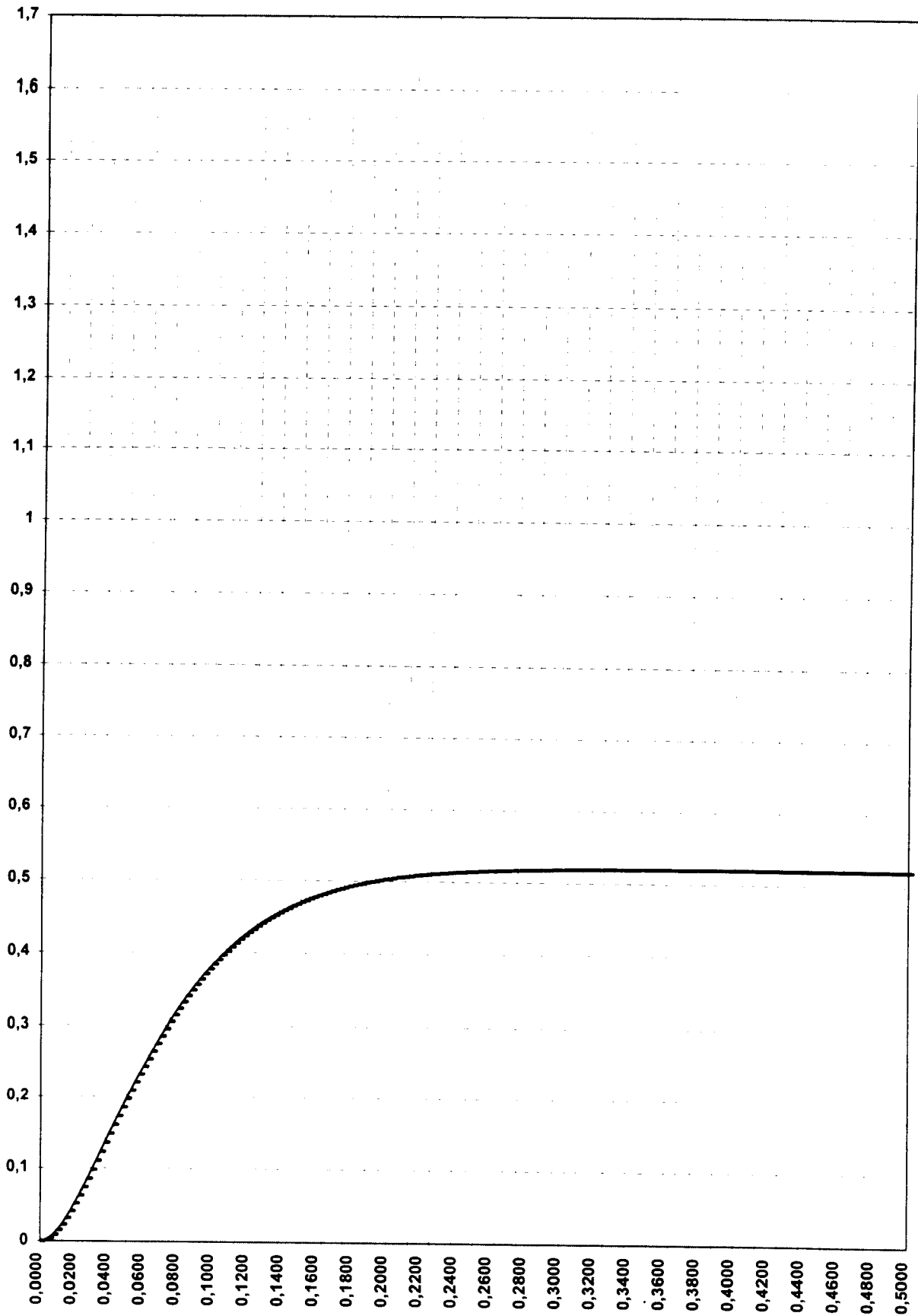
avec  $z = 0,4$ ,  $\sqrt{1-z^2} = 0,916$ ,  $z.\omega_n = 299,4 \text{ rd/s}$  et  $\omega_n.\sqrt{1-z^2} = 686 \text{ rd/s}$ .

Temps de réponse à 10 % :  $t_{r10\%} = 0,006 \text{ s}$  ; Dépassement :  $D = 18 \%$

Erreur statique du premier ordre :  $\epsilon_0 = 0$

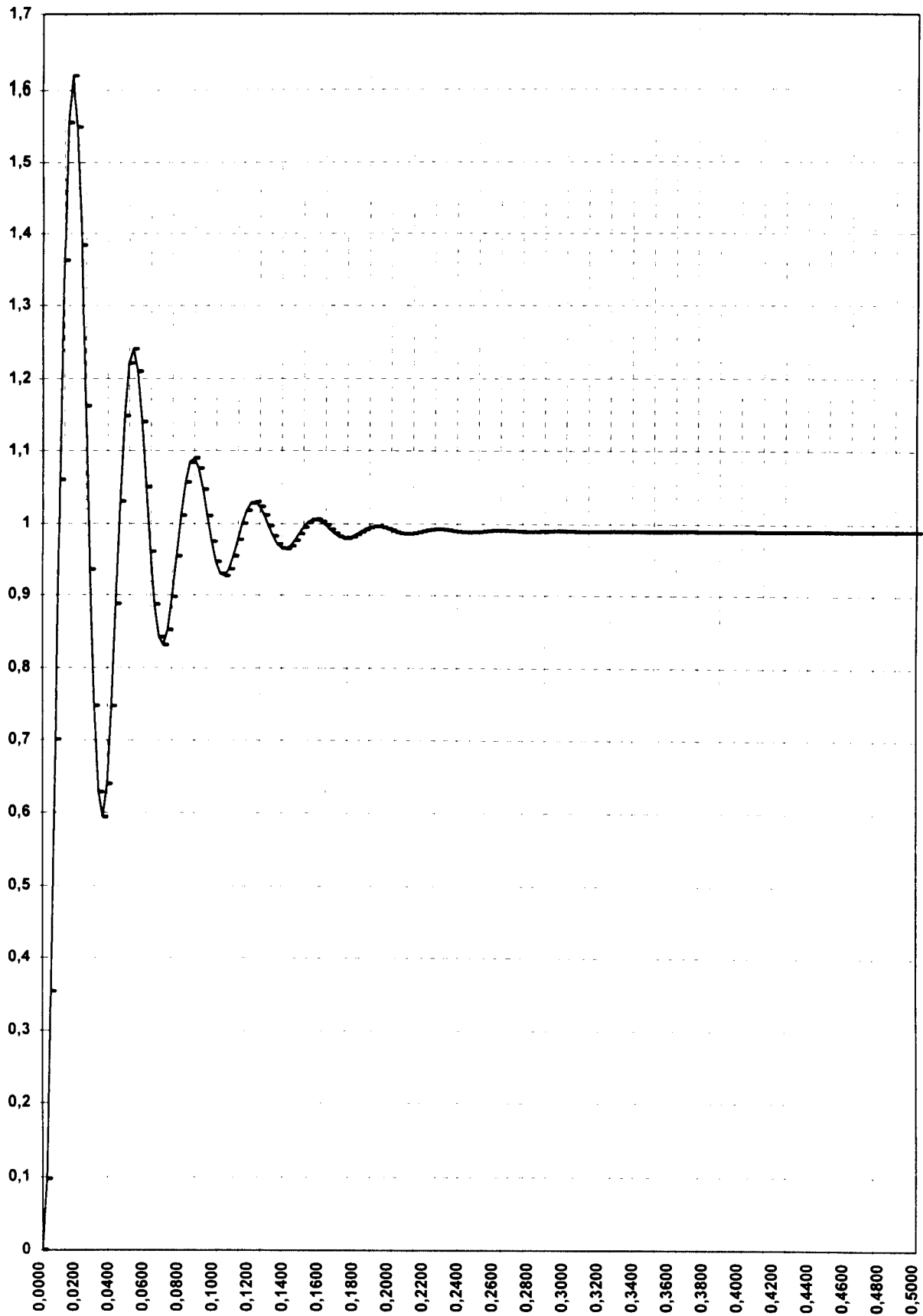
Document Réponse N°3

S1(t)



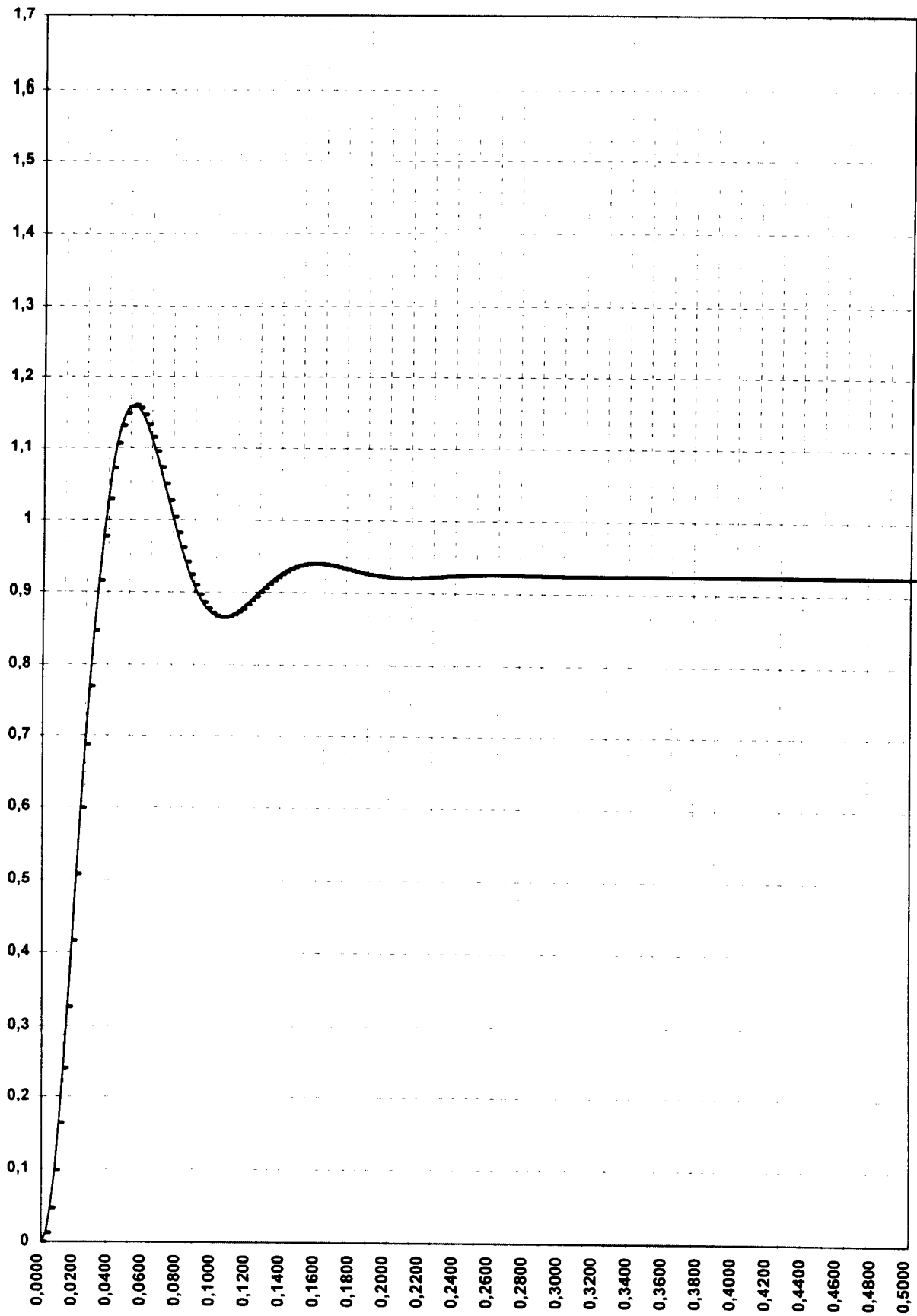
Document Réponse N°4

S2(t)



Document Réponse N°5

S3(t)



Document Réponse N°6

S4(t)

