

# AGREGATION INTERNE DE GENIE ELECTRIQUE

## OPTION B

### ELECTROTECHNIQUE ET ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

Étude d'un système industriel (durée 8 heures)

## ***ENERGIE EOLIENNE ET PRODUCTION D'ELECTRICITE***

### RECOMMANDATIONS AUX CANDIDATS :

Les candidats sont invités à numéroter chaque page de leur copie et à indiquer clairement le numéro de la question traitée.

Les candidats sont priés de rédiger les différentes parties du problème sur des feuilles séparées et clairement repérées. Il leur est rappelé qu'ils doivent utiliser les notations propres au sujet, présenter clairement les calculs et dégager ou encadrer tous les résultats.

Tout résultat incorrectement exprimé ne sera pas pris en compte. En outre, les correcteurs leur sauront gré d'écrire lisiblement et de soigner la qualité de leur copie.

### ORGANISATION DU SUJET :

**SUJET :** Parties 1 à 4 (18 pages).

### NOTE AUX CANDIDATS :

**Les parties 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes.**

### PRESENTATION DES APPLICATIONS NUMERIQUES :

Lors du passage d'une forme littérale à son application numérique il est demandé aux candidats de procéder comme suit :

Après avoir rappelé la relation littérale, chaque grandeur est remplacée par sa valeur numérique en respectant la position qu'elle avait dans la relation puis le résultat numérique est donné sans calculs intermédiaires et sans omettre son unité.

## ENERGIE EOLIENNE ET PRODUCTION D'ELECTRICITE

Face aux problèmes liés à l'environnement, on assiste depuis quelques années dans le domaine de la production d'électricité à un fort développement de l'énergie éolienne.

Le programme de développement de l'éolien Éole 2005 devrait porter le parc éolien français à un niveau d'environ 500 MW à l'horizon 2005 alors que seuls 10 MW étaient installés en 1998.



Ce sujet se compose de quatre parties indépendantes. A l'intérieur de chaque partie, certaines sous - parties sont elles mêmes indépendantes.

**Les quatre parties sont :**

- 1) Étude de la mécanique du moteur éolien et de ses performances (**pages 3 à 5**).
- 2) Étude de la conversion de l'énergie à vitesse fixe (**pages 6 à 9**).
- 3) Étude de la conversion d'énergie à vitesse variable (**pages 10 à 17**).
- 4) Travail pédagogique : conversion d'énergie à vitesse variable (**page 18**).

## PREMIÈRE PARTIE

### ETUDE DU MOTEUR EOLIEN

Cette première partie permet d'étudier la puissance mécanique que peut fournir une éolienne en fonction de différents paramètres.

#### 1.1) ENERGIE MECANIQUE EOLIENNE :

On cherche à déterminer la puissance disponible due à un vent de vitesse  $V$  à travers une surface  $S$  perpendiculaire à sa direction.

##### 1.1.1) Énergie cinétique d'une colonne d'air :

On considère une colonne d'air de longueur  $dl$  de section  $S$  de masse volumique  $\rho$  animée d'une vitesse  $V$  conformément à la figure 1.

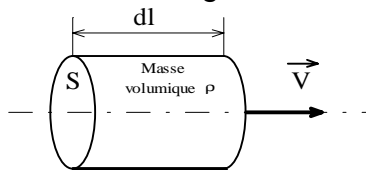


Figure 1

1.1.1.1) *Quelle est l'énergie cinétique de cette colonne ?*

1.1.1.2) *En supposant que cette colonne représente la quantité d'air traversant la surface  $S$  pendant le temps  $dt$ , exprimer l'énergie cinétique de cette colonne en fonction de  $V$ ,  $S$ ,  $\rho$  et  $dt$ .*

##### 1.1.2) Puissance théoriquement disponible :

1.1.2.1) *Déduire de l'expression précédente la puissance disponible.*

1.1.2.2) *Application numérique :*

*Calculer la puissance disponible par  $m^2$  pour une vitesse de vent de  $36 \text{ km/h}$ , sachant que la masse volumique de l'air dans des conditions normales de température et de pression est :  $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ .*

1.1.2.3) *Quelle condition sur la vitesse du vent en sortie de l'éolienne faudrait-il admettre pour pouvoir récupérer intégralement cette énergie ?*

#### 1.2) THEORIE DE BETZ :

La production d'énergie se fait par prélèvement d'énergie cinétique à la traversée de l'aéromoteur.

Sur une veine de vent, on notera :

$V$  : vitesse du vent au niveau de l'éolienne

$V_1$  : vitesse du vent avant l'éolienne

$V_2$  : vitesse du vent après prélèvement de l'énergie par l'éolienne

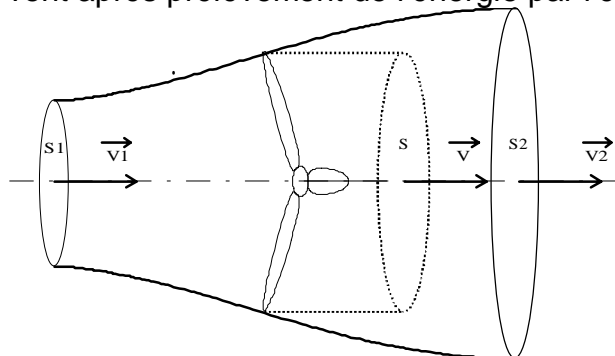


Figure 2 : Veine de vent à la traversée de l'aéromoteur

On supposera l'air incompressible, ce qui permettra d'écrire la conservation du débit Volumique :

$$S_1 \cdot V_1 = S_2 \cdot V_2 = S \cdot V$$

Le théorème d'Euler (variation de la quantité de mouvement de la veine de vent entre l'amont et l'aval de l'hélice.) permet d'écrire que la force  $F$  s'exerçant sur les pales de l'aéromoteur est donnée par l'expression :

$$F = \rho \cdot S \cdot V \cdot (V_1 - V_2)$$

On en déduit que la puissance mécanique fournie à l'aéromoteur s'écrit :

$$P_B = \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot (V_1 - V_2)$$

### 1.2.1) Puissance récupérable :

1.2.1.1) Exprimer la masse d'air élémentaire  $dm$  traversant l'éolienne pendant le temps  $dt$  en fonction de  $S$ ,  $V$  et  $\rho$ .

1.2.1.2) Quelle est la variation d'énergie cinétique de cette masse  $dm$  lorsque la vitesse passe de la valeur  $V_1$  à la valeur  $V_2$  ?

1.2.1.3) En déduire une autre expression de la puissance  $P_C$  en fonction de  $S$ ,  $V$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  et  $\rho$ .

1.2.1.4) Quelle relation existe-t'il entre les trois vitesses  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V$  ?

1.2.1.5) En déduire une expression de la puissance  $P$  en fonction de  $S$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  et  $\rho$ .

### 1.2.2) Limite de BETZ :

1.2.2.1) Déterminer la relation devant exister entre  $V_1$  et  $V_2$  pour que la puissance  $P$  passe par un maximum.

1.2.2.2) Montrer en précisant la valeur du coefficient  $A$  que la puissance maximum peut

s'écrire :

$$P_{\max} = A \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V_1^3\right)$$

1.2.2.3) Application numérique :

Calculer la surface nécessaire balayée par les pales ainsi que le diamètre de celles-ci pour fournir sous forme électrique 100 kW dans les conditions suivantes :

Rendement de l'aérogénérateur : 60%.

Vitesse du vent :  $V = 36 \text{ km/h}$ .

Masse volumique de l'air dans des conditions normales :  $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ .

### 1.3) INTÉRÊT DE LA VITESSE VARIABLE :

Pour simplifier cette étude, on se limitera aux éoliennes à axe vertical dont un schéma de principe est donné sur la figure suivante :

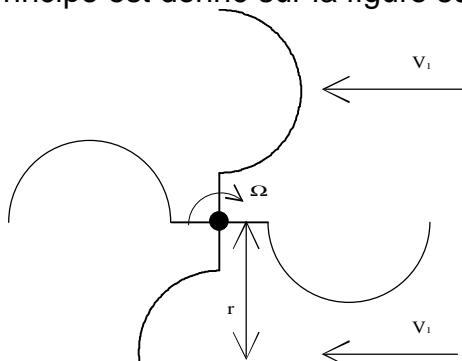


Figure 3

On admettra que le moment du couple aérodynamique qui s'exerce sur l'arbre est de la forme :

$$T = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot r \cdot C_F \cdot (V_1 - \Omega \cdot r)^2$$

Où  $C_F$  est un coefficient constant dépendant de la forme des aubes. Dans le cas de demi-sphère, le coefficient  $C_F$  est égal à 1,33.

**1.3.1)** Déterminer l'expression de la puissance développée sur l'arbre.

**1.3.2)** Pour une vitesse de vent  $V_1$  donnée, quelle est la vitesse de rotation angulaire qui permet de travailler à la puissance maximum ?

**1.3.3)** En déduire l'expression de la puissance maximum en fonction de  $\rho$ ,  $S$ ,  $C_F$  et  $V_1$ .

**1.3.4)** Pour  $C_F = 1,33$ , comparer cette puissance maximum à celle donnée par la théorie de Betz.

**1.3.5)** Tracer dans le domaine  $0 < \Omega.r < V_1$

$$\frac{P}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_F} = f(\Omega.r)$$

pour  $V_1 = 36 \text{ km/h}$  et  $V_1 = 18 \text{ km/h}$ .

**1.3.6)** Conclure sur l'intérêt de la vitesse variable.

## DEUXIEME PARTIE

### PRODUCTION D'ENERGIE A VITESSE CONSTANTE

Cette deuxième partie étudie un aérogénérateur d'une ferme éolienne de puissance totale de 7,5 MW.

Les aérogénérateurs sont constitués d'hélices à pas variable entraînant une machine asynchrone directement reliée sur le réseau et fonctionnant en génératrice.

#### Caractéristiques d'une éolienne :

Diamètre de l'hélice	Nombre de pales	Surface balayée	Vitesse nominale	Hauteur du mat	Vitesse du vent nominale
43,4 m	2	1480 m <sup>2</sup>	32,8 tr / mn	45 m	15 m / s

#### Caractéristiques nominales de la génératrice asynchrone :

Tension entre phases	Couplage	Fréquence	Courant	Puissance	cos (φ)	Vitesse
660 V	étoile	50 Hz	760 A	790 kW	0,91	1509 tr/mn

#### 2.1) DETERMINATION DES ELEMENTS DU SCHEMA EQUIVALENT :

A la réception de la machine, les essais suivants ont été effectués :

**Essai en moteur à vide :** sous tension variable à  $f = 50$  Hz et  $n \approx 1500$  tr/mn

Tension (en V)	660,3	528,3	396,2	264
Courant absorbé (en A)	209,4	157,3	116	77,6
Puissance absorbée (en kW)	11,17	9,21	7,65	6,4

On admettra que cet essai a été effectué à la température de 20,5°C

**Essai à rotor bloqué :** à  $f = 50$  Hz

Tension (en V)	120,1
Courant absorbé (en A)	980
Puissance absorbée (en kW)	25,6

On admettra que cet essai a été effectué à la température de 20,5°C.

**Essai en courant continu :**

A la température de 20,5°C, la résistance mesurée entre phases est de 0,00563 Ω.

En régime permanent, le schéma d'une phase est donné par la figure 4.

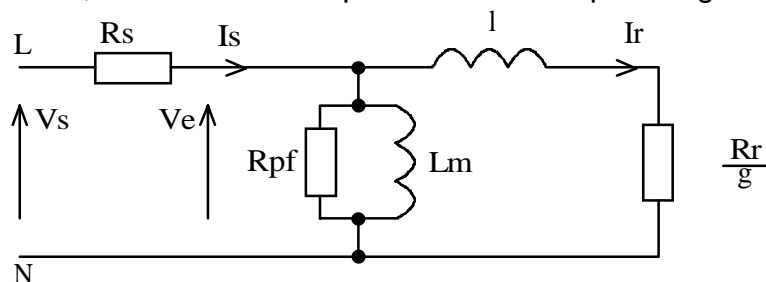


Figure 4

**2.1.1) Séparation des pertes :**

2.1.1.1) *Dans le cas de l'essai à vide, écrire le bilan de puissance et en déduire la valeur de la somme des pertes ferromagnétiques et des pertes mécaniques pour les différentes valeurs de la tension.*

2.1.1.2) *Montrer que cette série d'essais à tension variable, à vitesse constante et à fréquence fixe permet de séparer les pertes ferromagnétiques des pertes mécaniques.  
Donner la valeur des pertes mécaniques et des pertes ferromagnétiques sous tension nominale.*

2.1.1.3) *Déterminer sous tension nominale la valeur de l'inductance de magnétisation  $L_m$  et la valeur de la résistance symbolisant les pertes ferromagnétiques  $R_{pf}$ .*

**2.1.2) Exploitation de l'essai à rotor bloqué :**

2.1.2.1) *En supposant que l'hypothèse de Kapp soit vérifiée et que le rotor de la machine asynchrone soit à simple cage, déterminer la résistance rotorique ramenée au stator  $R_r$  et l'inductance de fuite totalisée ramenée au stator  $l$ .*

2.1.2.2) *Critiquer les différentes hypothèses de la question précédente.*

*On répondra entre autre aux questions suivantes :*

- *Peut-on utiliser les éléments déterminés à partir de l'essai à vide pour prendre en compte un courant magnétisant dans l'essai à rotor bloqué ?*
- *Pourrait-on utiliser au point de fonctionnement nominal les éléments mesurés dans un essai à rotor bloqué dans le cas d'une machine à encoches profondes ? Justifier.*

**2.2) POINT DE FONCTIONNEMENT NOMINAL :**

On désire vérifier les caractéristiques de la machine au point de fonctionnement nominal.

Des essais réalisés à des vitesses proches du synchronisme ont montrés que les valeurs à prendre en compte pour le point de fonctionnement nominal différaient de celles calculés à partir de l'essai à rotor bloqué.

Dans la suite du problème, on utilisera les valeurs numériques suivantes données à la température nominale de fonctionnement de la machine :

$R_s$	$R_r$	$L_m$	$l$	$R_{pf}$	Pertes mécaniques
0,00374 $\Omega$	0,00324 $\Omega$	5,8 mH	0,23 mH	83,85 $\Omega$	5,6 kW

La tension nominale entre phases est :  $U_n = 660$  V.

### 2.2.1) Température nominale de fonctionnement :

Déterminer la température nominale de fonctionnement de la machine sachant que le coefficient de température du cuivre est de  $4 \cdot 10^{-3} \text{ deg}^{-1}$ .

### 2.2.2) Caractéristique de couple en régime permanent de la machine sous tension nominale $V_s = V_n$ :

- 2.2.2.1) En négligeant la chute de tension dans  $R_s$  devant la tension d'alimentation, exprimer littéralement le couple électromagnétique  $T_e$  en fonction des éléments du schéma équivalent et de la tension  $V_n$ . Indiquer clairement les conventions utilisées et préciser les différents modes de fonctionnement de la machine.
- 2.2.2.2) En remarquant que le glissement nominal est inférieur en valeur absolue à 1%, déterminer une expression approchée du couple électromagnétique autour de ce point.

### 2.2.3) Détermination du point de fonctionnement :

La figure 5 donne la caractéristique de la puissance fournie par l'éolienne pour une vitesse de vent de 15 m/s en fonction de la vitesse de rotation de l'hélice.

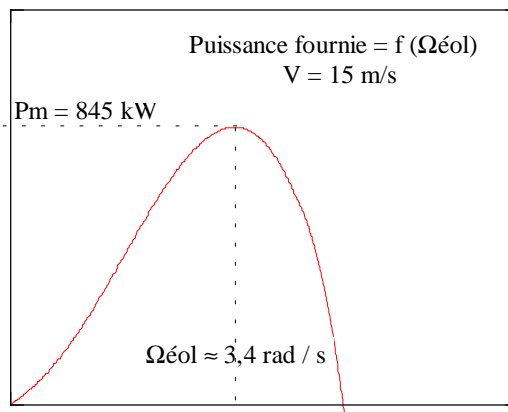


Figure 5

Le point de fonctionnement nominal est choisi telle que la puissance fournie par l'éolienne soit maximum.

- 2.2.3.1) Déterminer le couple électromagnétique sur l'arbre de la machine asynchrone sachant que le multiplicateur utilisé à un rapport de 46,48 et un rendement de 96%.
- 2.2.3.2) Vérifier à partir de la caractéristique  $T_e = f(g)$ , déterminée à la question 2.2.1.2), la valeur du glissement et de la vitesse au point de fonctionnement nominal.

**2.2.4) Dipôle équivalent au point de fonctionnement nominal :**

2.2.4.1) Pour le glissement nominal ( $n=1509$  tr/mn), *déterminer l'impédance complexe équivalente à une phase de la machine à la température nominale de fonctionnement.*

2.2.4.2) En indiquant les conventions utilisées, *calculer le courant absorbé sous tension nominale et représenter dans le plan complexe la tension aux bornes d'un enroulement et le courant qui le traverse.*

2.2.4.3) *Déterminer les puissances active et réactive échangées avec le réseau. Indiquer le sens de transfert.*

**2.3) COMPENSATION DE LA PUISSANCE REACTIVE :**

Pour compenser en moyenne la puissance réactive consommée prenant en compte les irrégularités temporelles du vent, il a été installé une batterie de condensateurs fournissant :  $125 \text{ kVar} \pm 1\%$  sous une tension nominale de 660 V.

2.3.1) Les blocs de condensateurs de puissance triphasés utilisés ont une tension nominale d'emploi de 690V et fournissent 12,5 kVar. *Déterminer le nombre de blocs à utiliser.*

2.3.2) *Déterminer la valeur du condensateur équivalent à placer en parallèle sur une phase de la machine.*

2.3.3) *En cas de perte du réseau, écrire les conditions d'auto - amorçage.*

**2.4) COUPLAGE SUR LE RESEAU :**

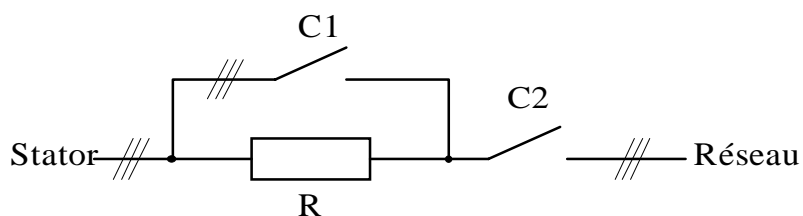


Figure 6

Lorsque la vitesse dépasse la vitesse de synchronisme, le couplage s'effectue au travers de résistances statoriques de valeur  $R = 0,2 \Omega$  court-circuitée au bout de 2 secondes.

2.4.1) *Justifier l'insertion de résistance sur la phase de couplage.*

2.4.2) *Proposer une autre solution pour assurer ce couplage.*

## TROISIEME PARTIE

### PRODUCTION D'ENERGIE A VITESSE VARIABLE

De façon à optimiser le transfert d'énergie dans une large plage de vitesse du vent, on utilise un générateur à fréquence fixe et vitesse variable.

Deux techniques sont aujourd'hui utilisées :

- On intercale un convertisseur statique de fréquence entre la machine (machine synchrone ou asynchrone) et le réseau (Support de l'exploitation pédagogique).

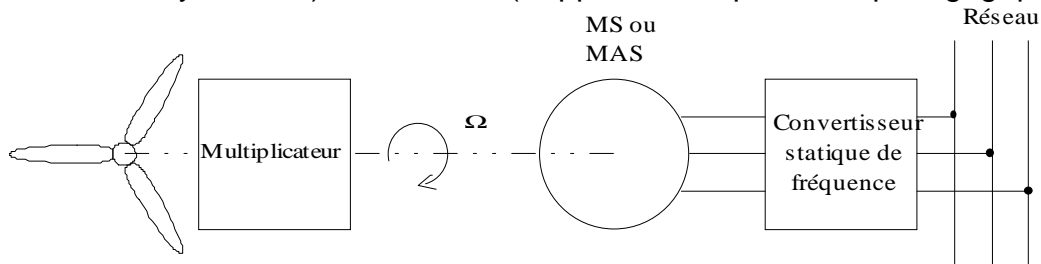


Figure 7

- La deuxième solution qui fait l'objet de cette partie consiste à utiliser une génératrice synchrone constituée d'une machine asynchrone à rotor bobiné.

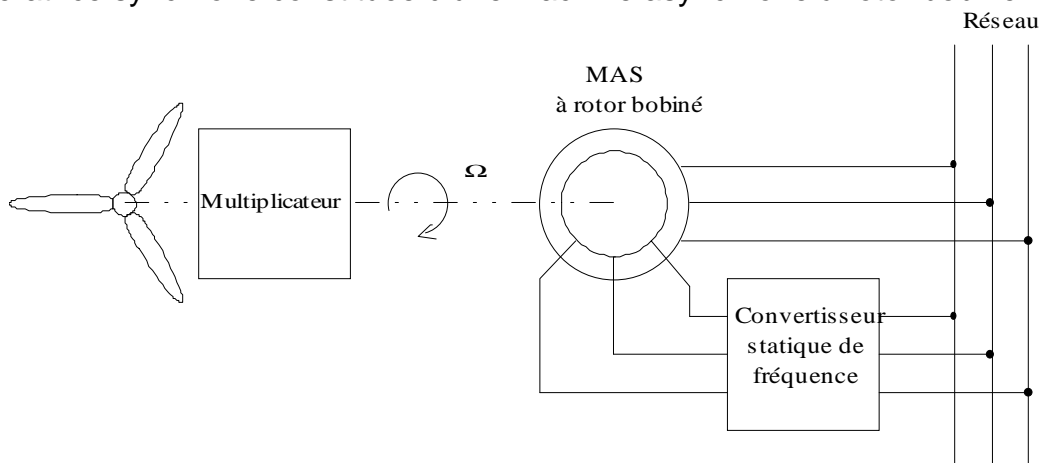


Figure 8

Cet aérogénérateur équipe une centrale éolienne dont les caractéristiques sont les suivantes :

#### Caractéristiques de l'éolienne :

Diamètre de l'hélice	Nombre de pales	Surface balayée	Vitesse	Vitesse du vent nominale	Multiplicateur
65 m	3	3318 m <sup>2</sup>	14...24 tr / mn	13 m / s	78 / 1

#### Caractéristiques nominales de la machine :

Tension entre phases stator	Couplage	Tension rotor	Courant stator	Puissance	Nombre de pôles	Vitesse de synchronisme
500 V	étoile	1500 V	1733 A	1500 kW	4	1500 tr/mn

Deux modes de fonctionnement sont possibles :

- ❶ Dans le cas d'un réseau îloté, la machine est réglée de façon à délivrer une tension de valeur efficace fixe et de fréquence fixe sur une plage de vitesse donnée.
- ❷ Dans le cas d'un réseau puissant, la machine est réglée en tension et fréquence avant d'être couplée sur le réseau. Elle est, par la suite, réglée en puissance active et réactive.

On étudiera successivement :

- Le convertisseur d'énergie mécanique - électrique dans un fonctionnement îloté.
- Le convertisseur statique de fréquence.

### 3.1) ETUDE DE LA CONVERSION D'ENERGIE :

#### 3.1.1) Modèle de la machine vue du stator :

##### Hypothèses :

On supposera :

- le circuit magnétique non saturé,
- l'entrefer constant (on négligera donc les phénomènes d'encoches),
- les f.m.m. à répartition spatiale sinusoïdale.

##### Représentation de la machine - Conventions :

La représentation schématique de la MAS dans l'espace électrique est donnée sur la figure 9.

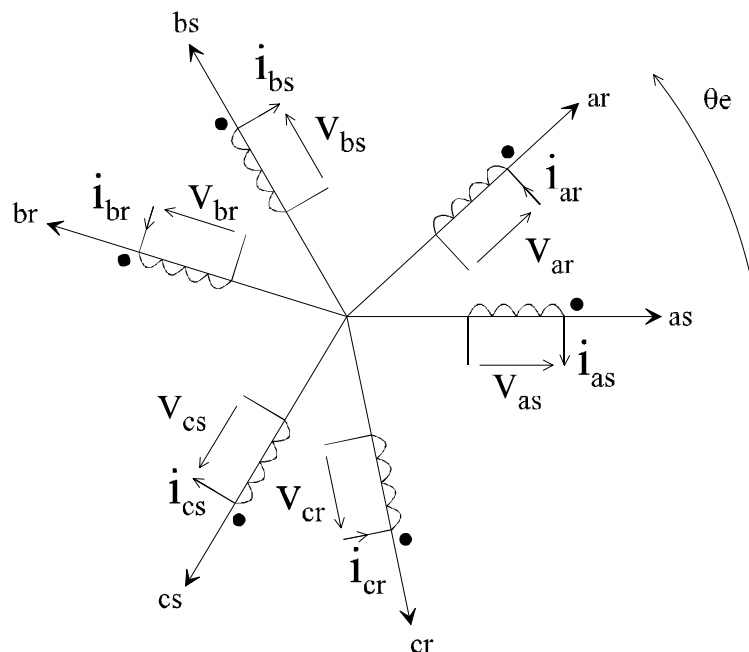


Figure 9

**NOTATIONS :**

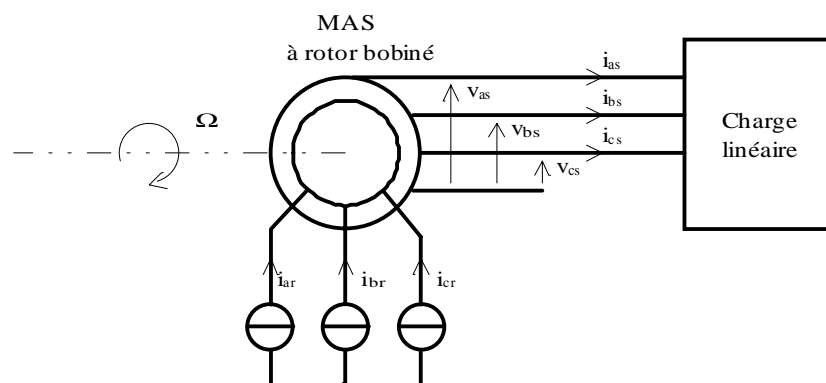
- $p$  : nombre de paires de pôles,
- $j_s$  : indice des phases statoriques de la machine  $j_s = a_s$  ou  $b_s$  ou  $c_s$ ,
- $j_r$  : indice des phases rotoriques de la machine  $j_r = a_r$  ou  $b_r$  ou  $c_r$ ,
- $e$  : indice des angles dans l'espace électrique,
- $m$  : indice des angles dans l'espace mécanique,
- $\theta_e$  ou  $\theta_m$  : angle permettant de repérer la position du rotor par rapport au stator,
- $\Omega$  : vitesse angulaire de rotation du rotor :  $\Omega = \frac{d\theta_m}{dt} = \frac{1}{p} \cdot \frac{d\theta_e}{dt}$ ,
- $R_s$  : Résistance d'un enroulement statorique,
- $R_r$  : Résistance d'un enroulement rotorique,
- $\psi_{j_s}$  : Flux totalisé sur un enroulement statorique,
- $\psi_{j_r}$  : Flux totalisé sur un enroulement rotorique,
- $L_{as}$  : Inductance propre d'un enroulement statorique,
- $M_{ss}$  : Mutuelle inductance entre deux enroulements statoriques,
- $L_{ar}$  : Inductance propre d'un enroulement rotorique,
- $M_{rr}$  : Mutuelle inductance entre deux enroulements rotoriques,
- $M_{rs}$  : **Maximum** de la mutuelle inductance entre un enroulement rotorique et un enroulement statorique,
- $\omega_r$  : Pulsation des courants rotoriques en régime permanent,
- $\omega_s$  : Pulsation des courants statoriques en régime permanent,
- $T_r$  : Période des courants rotoriques en régime permanent,
- $T_s$  : Période des courants statoriques en régime permanent.

Conformément à la figure 10, la machine étant entraînée à vitesse constante, on alimente le rotor de la machine par des courants sinusoïdaux tels que :

$$i_{ar}(t) = I_r \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_r \cdot t - \varphi_r) \quad i_{br}(t) = i_{ar}(t - T_r / 3) \quad i_{cr}(t) = i_{ar}(t - 2 \cdot T_r / 3)$$

La vitesse angulaire de rotation étant constante, on écrira :

$$\Omega = \text{cste} \Rightarrow \theta_e = p \cdot \Omega \cdot t + \theta_0$$



**Figure 10**

3.1.1.1) *Exprimer la tension instantanée  $v_{as}$  en fonction de  $R_s$ ,  $i_{as}$  et  $\psi_{as}$ .*

3.1.1.2) *Exprimer le flux  $\psi_{as}$  en fonction des différents courants, des différentes inductances et de la position angulaire  $\theta_e$ .*

On rappelle que l'hypothèse des f.m.m. sinusoïdales a pour conséquences que les inductances mutuelles entre un enroulement statorique et un enroulement rotorique suivent une loi sinusoïdale de la position angulaire  $\theta_e$ .

3.1.1.3) *En remplaçant les courants rotoriques par leurs expressions, montrer que le flux  $\psi_{as}$  peut s'écrire :*

$$\psi_{as} = L_s \cdot i_{as} + f(I_r, M_{rs}, \varphi_r, \omega_r, \Omega, \theta_o, p, t)$$

- *Donner les expressions de  $L_s$  et de la fonction  $f$ .*

3.1.1.4) *Montrer que la tension  $v_{as}$  peut s'écrire :*

$$v_{as} = e_{as} - R_s \cdot i_{as} - L_s \cdot \frac{di_{as}}{dt}$$

- *Donner l'expression de  $e_{as}$ .*

3.1.1.5) *En déduire un schéma équivalent de la phase "as".*

3.1.1.6) *Proposer une loi de commande permettant de maintenir la fréquence des grandeurs statoriques constante lorsque la vitesse est variable (lentement) de part et d'autre de la vitesse de synchronisme.*

*Proposer sous forme de schéma fonctionnel un principe permettant de maintenir l'amplitude des tensions statoriques constante lorsque la vitesse et la charge sont variables.*

3.1.1.7) *Dans cette question et la suivante, on supposera que :*

- toutes les grandeurs sont de même fréquence  $f_s$
- la chute de tension dans la résistance  $R_s$  est négligeable devant  $v_{as}$
- la force électromotrice  $e_{as}$  a pour valeur efficace  $E_{as\text{ eff}} = k \cdot I_r$
- la charge est équivalente à une résistance  $R$

*Représenter dans la plan complexe le diagramme des tensions sur un enroulement.*

3.1.1.8) *En déduire l'expression permettant de déterminer le courant efficace au rotor  $I_r$  en fonction de la valeur efficace du courant statorique  $I_s$ , de la valeur efficace de la tension statorique  $V$  et des paramètres  $k$ ,  $L_s$  et  $\omega_s$ .*

*Pour  $I_s$  variant entre 0 et  $I_{sn}$ , tracer l'évolution de  $I_r$  en fonction de  $I_s$  pour :*

$$V = V_n$$

$$L_s = 0,5 \text{ mH}$$

$$k = 2,5$$

$$\omega_s = 100 \cdot \pi \text{ rd / s}$$

### 3.1.2) Modèle de la machine vue du rotor :

3.1.2.1) En appliquant la même démarche que précédemment, *déterminer la relation entre  $v_{ar}$  et  $i_{ar}$  en convention récepteur. On supposera que les courants statoriques s'écrivent :*

$$i_{as}(t) = I_s \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_s \cdot t - \varphi_s) \quad i_{bs}(t) = i_{as}(t - T_s / 3) \quad i_{cs}(t) = i_{as}(t - 2 \cdot T_s / 3)$$

3.1.2.2) *En déduire un schéma équivalent de la phase "ar".*

### 3.1.3) Bilan de puissance active :

3.1.3.1) *Exprimer la puissance électromagnétique instantanée absorbée par le rotor et la puissance électromagnétique instantanée fournie par le stator en supposant que la relation :  $\omega_r = \omega_s - p \cdot \Omega$  soit satisfaite quelque soit la vitesse.*

3.1.3.2) *En négligeant les différentes pertes, représenter les échanges de puissance dans les trois cas suivants :*

- *vitesse de rotation supérieure à la vitesse de synchronisme*
- *vitesse de rotation inférieure à la vitesse de synchronisme*
- *vitesse de rotation égale à la vitesse de synchronisme*

*Conclure sur la nature des sources de courant.*

3.1.3.3) *A partir des caractéristiques de vitesse de l'aérogénérateur, déterminer approximativement la puissance du convertisseur statique et comparer celle-ci à la puissance du convertisseur qui serait installé entre le stator et le réseau (figure 7).*

## 3.2) ETUDE DU CONVERTISSEUR STATIQUE DE FREQUENCE :

Le convertisseur utilisé est un convertisseur indirect constitué de deux cellules identiques dont la structure est donnée par la figure 11.

On supposera que les chutes de tension dans les résistances du réseau et du rotor de la machine asynchrone sont négligeables devant les autres tensions.

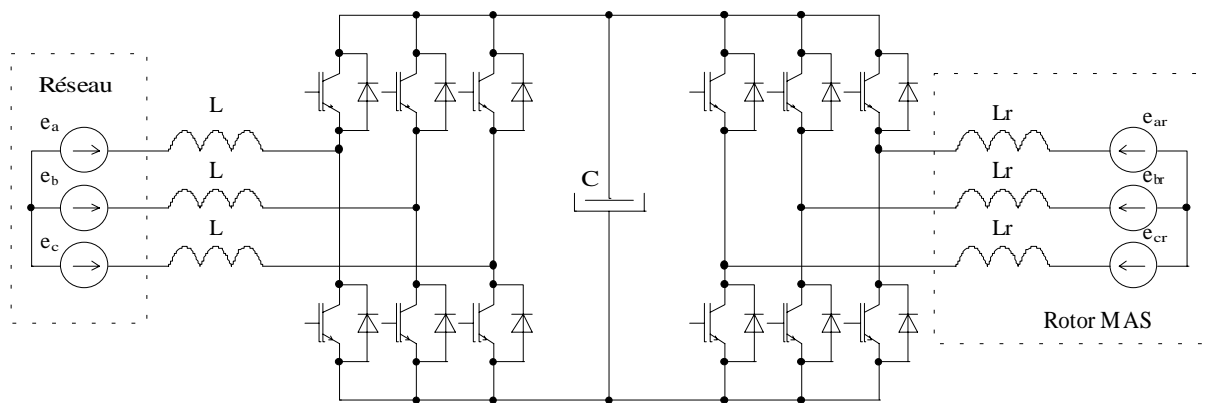


Figure 11

On limitera l'étude à une structure monophasée dont le schéma de principe est donné sur la figure 12.

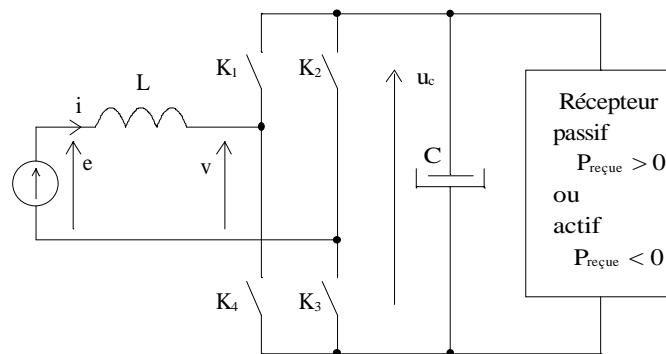


Figure 12

Les interrupteurs sont idéaux et leur état est déterminé par les fonctions de connexion définies comme suit :

$fc_i = 0$  lorsque  $K_i$  est ouvert.

$fc_i = 1$  lorsque  $K_i$  est fermé.

La commande est telle que  $fc_1 = fc_3$  et  $fc_2 = fc_4$ .

La fonction de connexion  $fc_1$  est obtenue par comparaison entre une onde porteuse triangulaire d'amplitude  $V_{mp}$ , de période  $T_p$  et d'une onde modulante notée  $v_{mod}$ .

Le schéma de principe correspondant est donné par la figure 13.

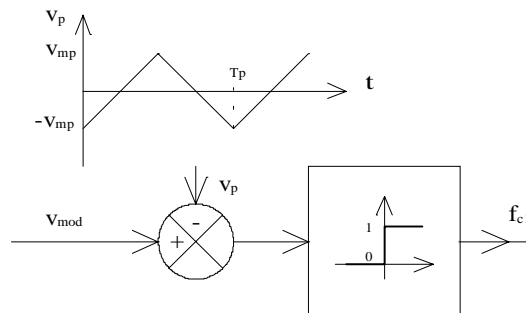


Figure 13

### 3.2.1) Étude de la fonction de modulation :

3.2.1.1) Exprimer la tension  $v$  en fonction de  $u_c$  et des fonctions de connexion  $fc_1$  et  $fc_2$ .

3.2.1.2) Quelle relation imposée par la nature des sources doit on respecter sur les fonctions de connexion  $fc_1$  et  $fc_4$  ?

3.2.1.3) En déduire la fonction de modulation  $f_m$  définie par la relation suivante  $v = f_m \cdot u_c$  en fonction de la fonction de connexion  $fc_1$ .

3.2.1.4) En supposant l'onde modulante constante sur une période de la porteuse, déterminer l'expression de la valeur moyenne de la fonction de connexion  $fc_1$  calculée sur une période  $T_p$  en fonction de  $v_{mod}$  et  $V_{mp}$ .

3.2.1.5) En déduire dans ces conditions l'expression de la valeur moyenne de la fonction de modulation  $f_m$  calculée sur une période  $T_p$  en fonction de  $v_{mod}$  et  $V_{mp}$ .

### 3.2.2) Étude du courant :

- On suppose que :

la tension réseau s'écrit :  $e = E_m \cdot \sin(\omega_s \cdot t) = E\sqrt{2} \cdot \sin(\omega_s \cdot t)$

la tension modulante s'écrit :  $v_{mod} = V_{mm} \cdot \sin(\omega_m \cdot t - \delta)$

la pulsation de la modulante est identique à la pulsation réseau  $\omega_m = \omega_s$

la tension aux bornes du condensateur  $u_c$  est constante et notée :  $U_{co}$

- On définit :

$$m = \text{indice de modulation tel que : } m = \frac{\omega_{\text{porteuse}}}{\omega_{\text{modulante}}} = \frac{\omega_p}{\omega_m}$$

$$r = \text{profondeur de modulation tel que : } r = \frac{\text{Amplitude}_{\text{modulante}}}{\text{Amplitude}_{\text{porteuse}}} = \frac{V_{mm}}{V_{mp}}$$

- On démontre que la fonction de modulation peut s'écrire si  $m \gg 1$  :

$$f_m(t) = r \cdot \sin(\omega_m \cdot t - \delta) + \sum_{k=0}^{\infty} F_{1k} \cdot \sin((\omega_p \pm 2 \cdot k \cdot \omega_m) \cdot t + \varphi_{1k}) + \Lambda$$

On donne la valeur approchée des amplitudes de la première famille du spectre pour :  
 $r = 0,8$ .

Pulsation	$\omega_p - 4 \cdot \omega_m$	$\omega_p - 2 \cdot \omega_m$	$\omega_p$	$\omega_p + 2 \cdot \omega_m$	$\omega_p + 4 \cdot \omega_m$
K	2	1	0	1	2
Amplitude	$F_{12} = 0$	$F_{11} = 0,22$	$F_{10} = 0,82$	$F_{11} = 0,22$	$F_{12} = 0$

3.2.2.1) Pour le fondamental, représenter l'étage d'entrée du convertisseur par un schéma équivalent en précisant l'expression de la tension fondamentale instantanée  $v_{fond}(t)$  en fonction de :  $r$ ,  $U_{co}$ ,  $\omega_s$ ,  $\delta$  et  $t$ .

3.2.2.2) En déduire les expressions de la valeur efficace du fondamental du courant notée  $I_{fond}$  circulant dans l'inductance et du déphasage  $\varphi$  défini par la relation :  
 $\varphi = \arg(\underline{E}) - \arg(\underline{I}_{fond})$  en fonction de :  $r$ ,  $U_{co}$ ,  $E$ ,  $L$ ,  $\omega_s$  et  $\delta$ .

3.2.2.3) Pour un harmonique de tension  $v_h(t)$ , représenter l'étage d'entrée du convertisseur par un schéma équivalent et en déduire l'expression de la valeur efficace  $I_h$  du courant harmonique circulant dans l'inductance.

3.2.2.4) En ne considérant que seuls sont présents les harmoniques donnés dans le tableau précédent, déterminer la valeur de l'inductance de façon à limiter le taux de distorsion en courant à 10% dans les conditions suivantes :

$$I_{fond} = 150 \text{ A} \quad m = 200 \quad U_{co} = 1500 \text{ V} \quad r = 0,8 \quad \omega_s = 100 \cdot \pi \text{ rd / s}$$

### 3.2.3) Echanges de puissance :

On négligera les effets du découpage sur le courant  $i$ , ce qui revient à ne considérer que le fondamental de la tension  $v$ .

On suppose que :

- La tension aux bornes du condensateur  $u_c$ , supposée constante, est notée :  $U_{co}$ .
- La tension réseau s'écrit :  $e = E_m \cdot \sin(\omega_s \cdot t) = E\sqrt{2} \cdot \sin(\omega_s \cdot t)$
- La tension fondamentale à "l'entrée" de l'onduleur s'écrit :  

$$v_{fond} = r \cdot U_{co} \cdot \sin(\omega_s \cdot t - \delta) = V_{fond} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_s \cdot t - \delta) \text{ avec } 0 \leq r \leq 1$$
- Le courant absorbé sur le réseau s'écrit :  $i = I_m \cdot \sin(\omega_s \cdot t - \varphi) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_s \cdot t - \varphi)$

3.2.3.1) Représenter dans le plan complexe le diagramme des tensions traduisant la relation entre  $\underline{E}$ ,  $\underline{V}_{fond}$  et  $L \cdot \omega_s \cdot \underline{I}$  en indiquant les angles  $\delta$  et  $\varphi$  dans les quatre cas suivants de puissance active et réactive **prises** au réseau :

- $P > 0$  et  $Q > 0$
- $P > 0$  et  $Q < 0$
- $P < 0$  et  $Q > 0$
- $P < 0$  et  $Q < 0$

3.2.3.2) Déterminer l'expression de la puissance active  $P$  en fonction de  $E$ ,  $I$  et  $\varphi$  puis en fonction de  $E$ ,  $r$ ,  $U_{co}$ ,  $\delta$ ,  $L$  et  $\omega_s$ . En déduire l'expression de la puissance maximum notée  $P_{max}$  pour  $E$ ,  $U_{co}$ ,  $L$  et  $\omega_s$  données.

3.2.3.3) Déterminer l'expression de la puissance réactive  $Q$  en fonction de  $E$ ,  $I$  et  $\varphi$  puis en fonction de  $E$ ,  $r$ ,  $U_{co}$ ,  $\delta$ ,  $L$  et  $\omega_s$ .

3.2.3.4) Démontrer que l'ensemble des points de fonctionnement se situe sur un cercle dans le plan  $\frac{Q}{P_{max}} = f\left(\frac{P}{P_{max}}\right)$  lorsque  $r = \text{constante}$  et que  $\delta$  varie entre  $-\pi$  et  $+\pi$ .

3.2.3.5) Comment choisir  $r$  et  $\delta$  pour fonctionner à facteur de puissance unitaire ?

## QUATRIEME PARTIE

### TRAVAIL PEDAGOGIQUE

Un schéma de principe de production d'énergie en monophasé à fréquence fixe et vitesse variable est donné par la figure 14.

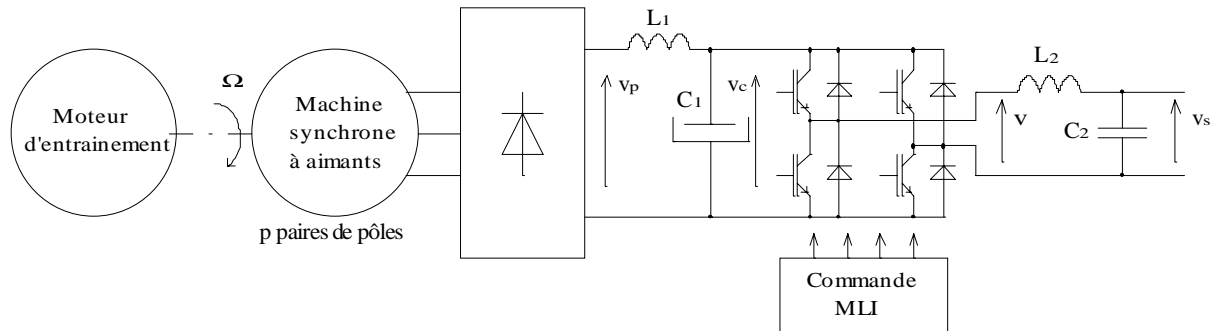


Figure 14

#### Cahier des charges simplifié :

Pour une vitesse variable entre  $\Omega_{\min}$  et  $\Omega_{\max}$ , on désire obtenir une tension de sortie  $v_s$  pratiquement sinusoïdale de fréquence  $f_s$  et de valeur efficace  $V_s$  constantes.

#### 4.1) QUESTIONS PRELIMINAIRES :

4.1.1) *Comment évolue la tension aux bornes d'un enroulement lorsque la vitesse varie ?*

4.1.2) *Représenter l'allure des formes d'ondes  $v_p(t)$  et  $v_c(t)$ .*

4.1.3) *Représenter l'allure des formes d'ondes  $v(t)$  et  $v_s(t)$ .*

4.1.4) *Proposer une structure de commande des interrupteurs permettant de répondre au cahier des charges simplifié.*

#### 4.2) ELABORATION D'UN EXERCICE D'EVALUATION :

*On demande d'utiliser le support précédent pour élaborer un exercice destiné à des étudiants de BTS 2<sup>ème</sup> année électrotechnique permettant le dimensionnement et le choix des composants de filtrage ( $L_1$ ,  $C_1$  et  $L_2$ ,  $C_2$ ).*

#### Fournir un dossier qui comportera au moins :

- *Les objectifs de l'exercice.*
- *Le texte d'évaluation accompagné des réponses attendues.*