

Eléments de correction

Première partie Mécanique

1.1) Puissance du vent.

1.1.1) Energie cinétique.

$$1.1.1.1) dW_c = \frac{1}{2} \cdot dm \cdot V^2 \quad \text{avec} \quad dm = \rho \cdot S \cdot dl$$

$$1.1.1.2) dl = V \cdot dt \quad \Rightarrow \quad dW_c = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V^3 dt$$

1.1.2) Puissance disponible.

$$1.1.2.1) P = \frac{dW_c}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^3$$

$$1.1.2.2) \frac{P}{S} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^3 = 625 \text{ W / m}^3$$

1.1.2.3) Il faudrait admettre une vitesse nulle en sortie d'éolienne.

1.2) Théorie de Betz

1.2.1) Puissance récupérable.

$$1.2.1.1) dm = \rho \cdot S \cdot V \cdot dt$$

$$1.2.1.2) dW_c = \frac{1}{2} \cdot dm \cdot (V_1^2 - V_2^2)$$

$$1.2.1.3) P = \frac{dW_c}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V (V_1^2 - V_2^2)$$

$$1.2.1.4) P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V (V_1^2 - V_2^2) = \rho \cdot S \cdot V^2 (V_1 - V_2) \quad \Rightarrow \quad V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$1.2.1.5) \text{d'où} \quad P = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot (V_1 + V_2)^2 (V_1 - V_2)$$

1.2.2) Limite de Betz

$$1.2.2.1) \frac{dP}{dV_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 = 3 \cdot V_2$$

$$1.2.2.2) \text{ Dans ces conditions la puissance s'écrit :} \quad P_{\max} = \frac{8}{27} \cdot \rho \cdot S \cdot V_1^3 = \frac{16}{27} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V_1^3 \right)$$

1.2.2.3) Application numérique.

$$P_{\text{élec}} = 100 \text{ kW} \quad \Rightarrow \quad P_{\max} = \frac{P_{\text{élec}}}{\eta} = 167 \text{ kW} \quad \Rightarrow \quad S = 450 \text{ m}^2 \quad \Rightarrow \quad D \approx 24 \text{ m}$$

1.3) Intérêt de la vitesse variable

$$1.3.1) P = T \cdot \Omega = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot r \cdot C_F (V_1 - \Omega \cdot r)^2 \cdot \Omega$$

$$1.3.2) \frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot r \cdot C_F [(V_1 - \Omega \cdot r)^2 - 2 \cdot r \cdot \Omega \cdot (V_1 - \Omega \cdot r)]$$

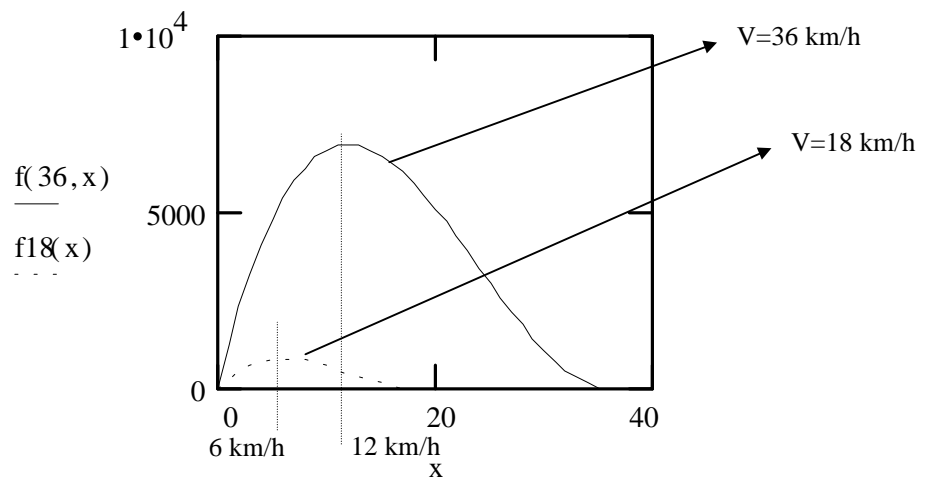
$$\frac{dP}{d\Omega} = 0 \Rightarrow \Omega = \frac{V_1}{3 \cdot r}$$

$$1.3.3) P_{\max} = \frac{4}{27} \cdot C_F \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V_1^3\right)$$

$$1.3.4) \text{ La théorie de Betz donne : } P_{\max \text{ Betz}} = \frac{16}{27} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V_1^3\right)$$

$$\text{d'où } \frac{P_{\max}}{P_{\max \text{ Betz}}} = \frac{C_F}{4} = 0.332$$

$$1.3.5) \frac{P}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_F} = (V_1 - \Omega \cdot r)^2 \cdot \Omega \cdot r$$



1.36) Si l'on veut optimiser la puissance débitée en fonction du vent, il apparaît souhaitable de pouvoir régler la vitesse de rotation de l'éolienne.

Deuxième partie

Production d'énergie à vitesse constante

2.1) Détermination des éléments du schéma équivalent.

2.1.1) Séparation des pertes.

2.1.1.1)

A vide le bilan de puissance s'écrit : $P_{av} = P_{js} + P_{FS} + p_m$

où P_{js} représente les pertes par effet Joule au stator.

P_{FS} représente les pertes ferromagnétiques au stator.

p_m représente les pertes mécanique.

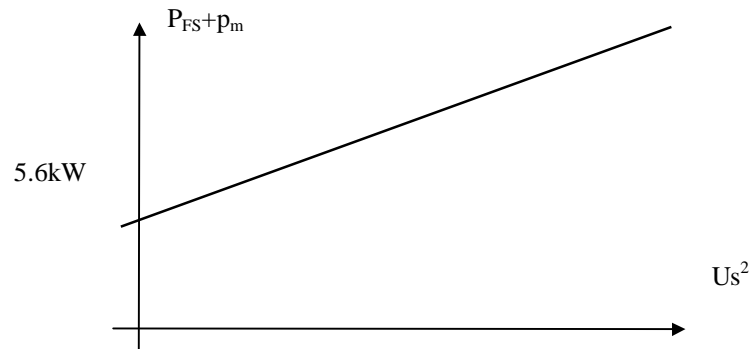
On en déduit : $P_{FS} + p_m = P_{av} - P_{js} = P_{av} - 3.R_s.I_s^2$ avec $R_s = \frac{0.00563}{2} \Omega$

U_s en V	I_s en A	P_{js} en W	$P_{FS} + p_m$ en kW
660.3	209.4	370	10.8
528.3	157.3	209	9
396.2	116	113.6	7.54
264	77.6	50.8	6.35

2.1.1.2) A vitesse constante $p_m = cste$

à fréquence fixe $P_{FS} \propto B^2$ donc à U_s^2

On en déduit que la courbe $P_{FS} + p_m = f(U_s^2)$ doit être une droite dont l'intersection avec l'axe des ordonnées donne les pertes mécaniques.



On en déduit $p_m = 5.6 \text{ kW}$ et $P_{FS} = 5.2 \text{ kW}$ pour $U_s = U_N$

2.1.1.3)

Le bilan de puissance permet d'écrire :

$$\left[(P_{av} - P_{js})^2 + Q^2 \right]^{0.5} = 3.V_e.I_s = \sqrt{3}.U_e.I_s$$

On en déduit : $U_e = 660.25 \text{ V} \approx U_s$

D'où

$$P_{FS} = \frac{3.V_e^2}{R_{pf}} \Rightarrow R_{pf} = 83.85 \Omega \quad \text{et} \quad Q = \frac{3.V_e^2}{L_m.\omega} \Rightarrow L_m = 5.8 \text{ mH}$$

2.1.2) Essai rotor bloqué.

2.1.2.1) En supposant que l'hypothèse de Kapp soit vérifiée (courant magnétisant négligé), nous pouvons écrire :

$$P_{RB} = 3.(R_s + R_r).I_{RB}^2 \Rightarrow R_r = 6.07 \text{ m}\Omega$$
$$Q_{RB} = 3.1.\omega.I_{RB}^2 \Rightarrow l = 223 \mu\text{H}$$

2.1.2.2) Cet essai est critiquable pour plusieurs raisons :

- Pour prendre en compte le courant magnétisant, il faudrait connaître l'inductance de magnétisation sous la tension réduite et la valeur de la résistance symbolisant les pertes ferromagnétiques au stator et au rotor.
- L'effet de peau modifie la résistance apparente rotorique ainsi que l'inductance de fuite.

2.2) Point de fonctionnement nominal.

2.2.1) Température nominale de fonctionnement.

$$R_{s\theta} = R_{s20.5} \cdot \frac{1 + a.\theta}{1 + 20.5.a} \Rightarrow \theta = 110^\circ$$

2.2.2) Caractéristique de couple.

2.2.2.1)

En convention récepteur, le couple s'écrit:

$$T_e = \frac{P_{TR}}{\Omega_s} = \frac{3.p.V_N^2}{\omega} \cdot \frac{\frac{R_r}{g}}{\left(\frac{R_r}{g}\right)^2 + (1.\omega)^2}$$

Les trois modes de fonctionnements sont :

Génératrice	$g < 0$
Moteur	$0 < g < 1$
Frein	$g > 1$

2.2.2.2) Pour $|g| \leq 1\% \Rightarrow \left(\frac{R_r}{g}\right)^2 \geq 20.(1.\omega)^2$

Il est donc légitime de négliger le terme $(1.\omega)^2$ devant $(R_r/g)^2$ pour ces valeurs de glissement. L'expression approchée du couple devient:

$$T_e = \frac{3.p.V_N^2}{\omega} \cdot \frac{g}{R_r}$$

2.2.3) Détermination du point de fonctionnement.

2.2.3.1) Dans ces conditions (puissance fournie par l'éolienne maximum)

- La puissance mécanique sur l'arbre de la machine asynchrone est donnée par la relation :

$$P_{mas} = P_{fournie} \cdot \eta_{multiplicateur} = -811.2 \text{ kW}$$

- La vitesse de rotation de l'arbre de la mas est :

$$\Omega_{mas} = \Omega_{éolienne} \cdot \text{rapport} = 158.03 \text{ rad / s}$$

- La puissance mécanique s'écrit :

$$P_{\text{méca}} = P_{\text{mas}} + p_m = -805.6 \text{ kW}$$

- Le couple électromagnétique :

$$T_e = \frac{P_{\text{méca}}}{\Omega_{\text{mas}}} = -5097.7 \text{ N.m}$$

2.2.3.2)

A partir de l'expression approchée, on peut calculer le glissement.

$$g = \frac{T_e \cdot \omega \cdot R_r}{3 \cdot p \cdot V_N^2} = -0.596\% \Rightarrow \Omega_{\text{MAS}} = 158.02 \text{ rad / s} \Rightarrow N = 1509 \text{ tr / mn}$$

2.2.4) Dipôle équivalent.

2.2.4.1)

L'impédance complexe équivalente à une phase de la machine s'écrit sous forme complexe :

$$\underline{Z} = R_s + \frac{\left(\frac{R_{\text{PF}} \cdot j \cdot L_m \cdot \omega}{R_{\text{PF}} + j \cdot L_m \cdot \omega} \right) \cdot \left(\frac{R_r}{g} + j \cdot l \cdot \omega \right)}{\left(\frac{R_{\text{PF}} \cdot j \cdot L_m \cdot \omega}{R_{\text{PF}} + j \cdot L_m \cdot \omega} \right) + \left(\frac{R_r}{g} + j \cdot l \cdot \omega \right)}$$

Pour le glissement nominal et à la température nominale de fonctionnement, l'application numérique donne :

$$\underline{Z} = -0.461 + 0.203 \cdot j \text{ soit: } Z = 0.504 \Omega \text{ et } \text{Arg}(Z) = 156.1^\circ$$

2.2.4.2)

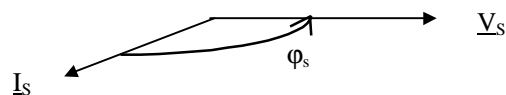
En convention récepteur et en choisissant $\text{Arg}(V_s) = 0$, le courant I_s a

pour module :

$$I_s = 756 \text{ A}$$

pour argument :

$$\text{Arg}(I_s) = -156.1^\circ$$



2.2.4.3)

La puissance active absorbée par la machine s'écrit : $P = 3 \cdot V_s \cdot I_s \cdot \cos(\varphi_s) = -790.9 \text{ kW}$

La puissance réactive absorbée par la machine s'écrit : $Q = 3 \cdot V_s \cdot I_s \cdot \sin(\varphi_s) = 349 \text{ kVar}$

2.3) Compensation de la puissance réactive.

2.3.1) Les blocs de condensateurs de puissance fourniront sous 660 V la puissance réactive :

$$Q_{\text{fournie bloc}} = 12.5 \cdot \left(\frac{660}{690} \right)^2 = 11.44 \text{ kVar}$$

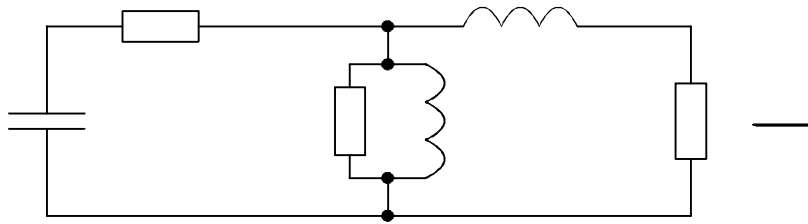
Il est donc nécessaire d'installer 11 blocs pour fournir 125.8 kVar sous une tension de 660 V.

2.3.2) La capacité du condensateur équivalent se calcule à partir de la relation suivante :

$$C_{\text{eq}} = \frac{Q_{\text{fournie condo}}}{U_s^2 \cdot \omega} = 919 \mu\text{F}$$

2.3.3)

En l'absence du réseau, le schéma équivalent est donné par la figure suivante :



L'auto-amorçage est possible si les deux conditions suivantes sont simultanément satisfaites :

$$P_{\text{Totale}} = 0$$

$$Q_{\text{Totale}} = 0$$

2.4) Couplage sur le réseau

2.4.1)

La magnétisation du circuit magnétique entraîne un appel de courant qui sera limité par des résistances.

2.4.2)

Les résistances peuvent être remplacées par un gradateur dont on fera varier l'angle de retard à l'amorçage lors de la phase de couplage.

Troisième partie

Production d'énergie à vitesse variable

3.1) Etude de la conversion d'énergie.

3.1.1) Modèle de la machine vue du stator.

3.1.1.1)

En convention générateur, la tension instantanée s'écrit :

$$v_{as} = -R_s \cdot i_{as} - \frac{d\Psi_{as}}{dt}$$

3.1.1.2)

Le flux totalisé sur l'enroulement "as" s'écrit :

$$\Psi_{as} = \Psi_{as-as} + \Psi_{bs-as} + \Psi_{cs-as} + \Psi_{ar-as} + \Psi_{br-as} + \Psi_{cr-as}$$

avec

$$\Psi_{as-as} = L_{as} \cdot i_{as}$$

$$\Psi_{ar-as} = M_{rs} \cdot \cos(\theta_e) \cdot i_{ar}$$

$$\Psi_{bs-as} = M_{ss} \cdot i_{bs}$$

$$\Psi_{br-as} = M_{rs} \cdot \cos\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot i_{br}$$

$$\Psi_{cs-as} = M_{ss} \cdot i_{cs}$$

$$\Psi_{cr-as} = M_{rs} \cdot \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_{cr}$$

3.1.1.3)

Le neutre étant non relié, la somme des trois courants statorique est nulle.
nous pouvons donc écrire :

$$\Psi_{as-as} + \Psi_{bs-as} + \Psi_{cs-as} = L_{as} \cdot i_{as} + M_{ss} (i_{bs} + i_{cs}) = (L_{as} - M_{ss}) i_{as} = L_s \cdot i_{as}$$

avec L_s inductance cyclique.

$$L_s = L_{as} - M_{ss}$$

En remplaçant les courants rotoriques par leurs expressions, on obtient :

$$\Psi_{ar-as} + \Psi_{br-as} + \Psi_{cr-as} = \frac{3}{2} \cdot M_{rs} \cdot I_r \cdot \sqrt{2} \cdot \cos((p \cdot \Omega + \omega_r)t - \varphi_r + \theta_0)$$

On en déduit l'expression du flux totalisé sur l'enroulement "as"

$$\Psi_{as} = L_s \cdot i_{as} + \frac{3}{2} \cdot M_{rs} \cdot I_r \cdot \sqrt{2} \cdot \cos((p \cdot \Omega + \omega_r)t - \varphi_r + \theta_0)$$

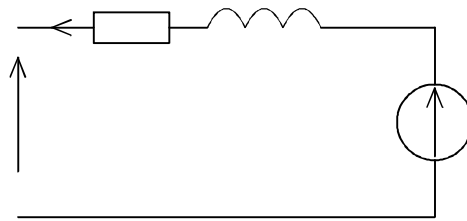
3.1.1.4)

En remplaçant le flux totalisé dans l'expression de la tension, on obtient :

$$v_{as} = \frac{3}{2} \cdot M_{rs} (p \cdot \Omega + \omega_r) I_r \cdot \sqrt{2} \cdot \sin((p \cdot \Omega + \omega_r)t - \varphi_r + \theta_0) - L_s \cdot \frac{di_{as}}{dt} - R_s \cdot i_{as}$$

$$\text{avec } e_{as} = \frac{3}{2} \cdot M_{rs} (p \cdot \Omega + \omega_r) I_r \cdot \sqrt{2} \cdot \sin((p \cdot \Omega + \omega_r)t - \varphi_r + \theta_0)$$

3.1.1.5) Schéma équivalent.



On retrouve le schéma équivalent d'une machine synchrone non saturée.

3.1.1.6) Loi de commande

- Pour que la fréquence des grandeurs statoriques soit constante, il suffit de régler la fréquence des courants rotoriques de façon à respecter la condition suivante :

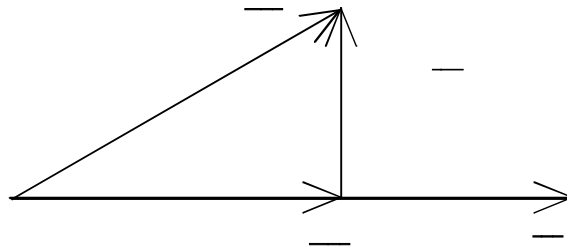
$$\omega_r = \omega_{s\text{-désiré}} - p \cdot \Omega_{\text{mesuré}}$$

- Pour maintenir l'amplitude des tensions statoriques constantes, il suffit de réaliser une boucle de régulation en agissant sur l'amplitude des courants rotoriques I_r .

3.1.1.7) En régime permanent sinusoïdal, la tension sur un enroulement s'écrit en notation complexe :

$$\underline{V}_{as} = \underline{E}_{as} - j \cdot L_s \cdot \omega_s \cdot \underline{I}_{as} = \underline{R} \cdot \underline{I}_{as} \text{ en négligeant la chute de tension dans } R_s$$

On en déduit dans le plan complexe le diagramme suivant :



3.1.1.8) Sur charge résistive, les valeurs efficaces sont reliées par la relation :

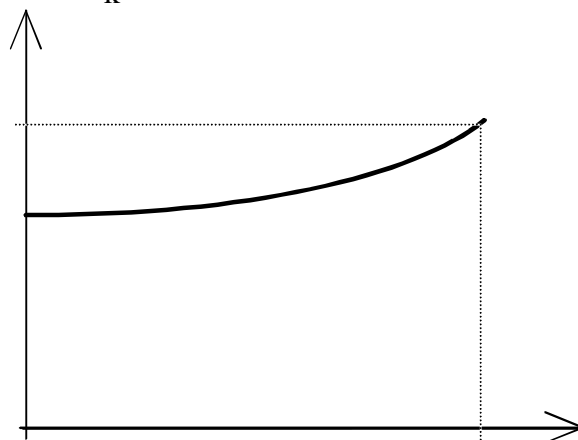
$$E_{as}^2 = V_{as}^2 + (L_s \cdot \omega_s \cdot I_{as})^2$$

soit

$$(k \cdot I_r)^2 = V^2 + (L_s \cdot \omega_s \cdot I_s)^2$$

d'où

$$I_r = \frac{1}{k} \sqrt{V^2 + (L_s \cdot \omega_s \cdot I_s)^2}$$



3.1.2) Modèle de la machine vue du rotor.

3.1.2.1)

En convention récepteur, la tension instantanée s'écrit :

$$v_{ar} = R_r \cdot i_{ar} + \frac{d\Psi_{ar}}{dt}$$

Le flux totalisé sur l'enroulement "ar" s'écrit :

$$\Psi_{ar} = \Psi_{ar-ar} + \Psi_{br-ar} + \Psi_{cr-ar} + \Psi_{as-ar} + \Psi_{bs-ar} + \Psi_{cs-ar}$$

avec

$$\Psi_{ar-ar} = L_{ar} \cdot i_{ar}$$

$$\Psi_{as-ar} = M_{rs} \cdot \cos(\theta_e) \cdot i_{as}$$

$$\Psi_{br-ar} = M_{rr} \cdot i_{br}$$

$$\Psi_{bs-ar} = M_{rs} \cdot \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_{bs}$$

$$\Psi_{cr-ar} = M_{rr} \cdot i_{cr}$$

$$\Psi_{cs-ar} = M_{rs} \cdot \cos\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot i_{cs}$$

Le neutre étant non relié, la somme des trois courants rotoriques est nulle.

nous pouvons donc écrire :

$$\Psi_{ar-ar} + \Psi_{br-ar} + \Psi_{cr-ar} = L_{ar} \cdot i_{ar} + M_{rr} (i_{br} + i_{cr}) = (L_{ar} - M_{rr}) i_{ar} = L_r \cdot i_{ar}$$

avec L_r inductance cyclique.

$$L_r = L_{ar} - M_{rr}$$

En remplaçant les courants statoriques par leurs expressions, on obtient :

$$\Psi_{as-ar} + \Psi_{bs-ar} + \Psi_{cs-ar} = \frac{3}{2} \cdot M_{rs} \cdot I_s \cdot \sqrt{2} \cdot \cos((\omega_s - p \cdot \Omega)t - \varphi_s - \theta_0)$$

On en déduit l'expression du flux totalisé sur l'enroulement "ar"

$$\Psi_{ar} = L_r \cdot i_{ar} + \frac{3}{2} \cdot M_{rs} \cdot I_s \cdot \sqrt{2} \cdot \cos((\omega_s - p \cdot \Omega)t - \varphi_s - \theta_0)$$

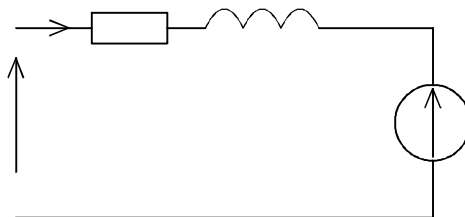
En remplaçant le flux totalisé dans l'expression de la tension, on obtient :

$$v_{ar} = e_{ar} + L_r \cdot \frac{di_{ar}}{dt} + R_r \cdot i_{ar}$$

avec
$$e_{ar} = -\frac{3}{2} \cdot M_{rs} (\omega_s - p \cdot \Omega) I_s \cdot \sqrt{2} \cdot \sin((\omega_s - p \cdot \Omega)t - \varphi_s - \theta_0)$$

3.1.2.2)

Schéma équivalent.



3.1.3) Bilan de puissance active.

3.1.3.1)

- Puissance électromagnétique absorbée par le rotor.

$$p_r = e_{ar} \cdot i_{ar} + e_{br} \cdot i_{br} + e_{cr} \cdot i_{cr}$$

avec
$$e_{ar} = -\frac{3}{2} \cdot M_{rs} (\omega_s - p \cdot \Omega) I_s \cdot \sqrt{2} \cdot \sin((\omega_s - p \cdot \Omega)t - \varphi_s - \theta_0)$$

soit
$$e_{ar} = \frac{3}{2} \cdot M_{rs} \omega_r \cdot I_s \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_r \cdot t - \varphi_s - \theta_0 + \frac{\pi}{2})$$

et
$$i_{ar} = I_r \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_r \cdot t - \varphi_r)$$

Les grandeurs étant équilibrées, les relations suivantes sont satisfaites :

$$e_{br}(t) = e_{ar}(t - \frac{T_r}{3}) \qquad i_{br}(t) = i_{ar}(t - \frac{T_r}{3})$$

$$e_{cr}(t) = e_{ar}(t - \frac{2 \cdot T_r}{3}) \qquad i_{cr}(t) = i_{ar}(t - \frac{2 \cdot T_r}{3})$$

On en déduit l'expression de la puissance électromagnétique absorbée par le rotor.

$$p_r = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot M_{rs} \omega_r \cdot I_s \cdot I_r \cdot \cos(\varphi_s - \varphi_r + \theta_0 + \frac{\pi}{2})$$

- Puissance électromagnétique fournie par le stator.

$$p_s = e_{as} \cdot i_{as} + e_{bs} \cdot i_{bs} + e_{cs} \cdot i_{cs}$$

avec
$$e_{as} = \frac{3}{2} \cdot M_{rs} \omega_s \cdot I_r \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_s \cdot t - \varphi_r + \theta_0 - \frac{\pi}{2})$$

et
$$i_{as} = I_s \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_s \cdot t - \varphi_s)$$

Les grandeurs étant équilibrées, les relations suivantes sont satisfaites :

$$e_{bs}(t) = e_{as}(t - \frac{T_s}{3}) \qquad i_{bs}(t) = i_{as}(t - \frac{T_s}{3})$$

$$e_{cs}(t) = e_{as}(t - \frac{2 \cdot T_s}{3}) \qquad i_{cs}(t) = i_{as}(t - \frac{2 \cdot T_s}{3})$$

On en déduit l'expression de la puissance électromagnétique fournie par le stator.

$$p_s = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot M_{rs} \omega_s \cdot I_s \cdot I_r \cdot \cos(\varphi_s - \varphi_r + \theta_0 + \frac{\pi}{2})$$

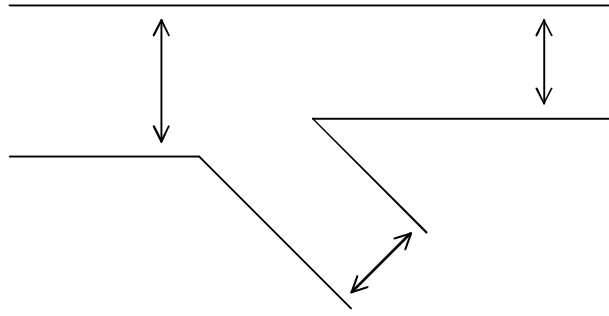
- Dans le cas où $\omega_r = \omega_s - p \cdot \Omega$, on en déduit la relation entre les puissances électromagnétiques

$$\frac{p_r}{p_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s}$$

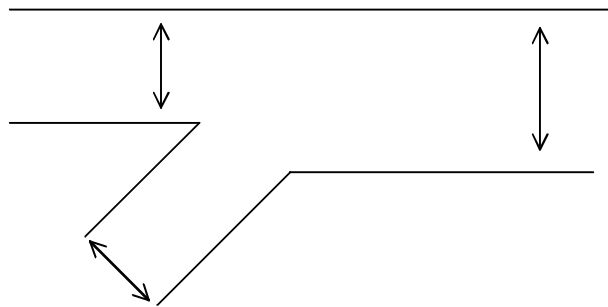
3.1.3.2) Echanges de puissance.

- Vitesse de rotation supérieure à la vitesse de synchronisme. $p \cdot \Omega > \omega_s$

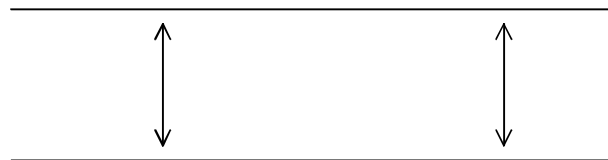
On en déduit $\omega_r < 0$ (système inverse) $\Rightarrow p_r < 0$ (le rotor fourni de l'énergie électrique)



- Vitesse de rotation inférieure à la vitesse de synchronisme. $p \cdot \Omega < \omega_s$
On en déduit $\omega_r > 0$ (système direct) $\Rightarrow pr > 0$ (le rotor absorbe de l'énergie électrique)



- Vitesse de rotation égale à la vitesse de synchronisme. $p \cdot \Omega = \omega_s$
On en déduit $\omega_r = 0$ (système continu) $\Rightarrow pr = 0$ (le rotor n'échange pas d'énergie)



On en conclut que les sources de courant alimentant le rotor doivent pouvoir :

- fournir de l'énergie électrique pour $p \cdot \Omega < \omega_s$
- absorber de l'énergie électrique pour $p \cdot \Omega > \omega_s$

3.1.3.3)

Le convertisseur statique "alimentant" le rotor doit être dimensionné pour une puissance :

$$P_r = \frac{|\omega_r|_{\max}}{\omega_s} \cdot P_{\text{stator}} = \frac{|\omega_s - p \cdot \Omega|_{\max}}{\omega_s} \cdot P_{\text{stator}}$$

Le cahier des charges impose :

- une fréquence minimum de 14 tr/mn soit 1092 tr/mn sur l'arbre.
on en déduit que le rotor absorbe dans ce cas 27,2 % de P_{stator} .
- une fréquence maximum de 24 tr/mn soit 1872 tr/mn sur l'arbre.
on en déduit que le rotor fournit dans ce cas 25 % de P_{stator} .

Avec cette technique et cette excursion de vitesse, le variateur doit être dimensionné pour environ 30 % de la puissance fournie par le stator, alors que dans la deuxième solution, le variateur doit être dimensionné pour 100 % de la puissance fournie par le stator.

3.2) Etude du convertisseur statique de fréquence.

3.2.1) Etude de la fonction de modulation.

3.2.1.1)

$$v = (f_{c1} - f_{c2}) \cdot u_c$$

3.2.1.2)

La présence de l'inductance (source de courant) impose que les fermetures de K_1 et K_4 soient complémentaires, même chose pour K_2 et K_3 .

La présence de la capacité (source de tension) impose que les ouvertures de K_1 et K_4 soient complémentaires, même chose pour K_2 et K_3 .

d'où

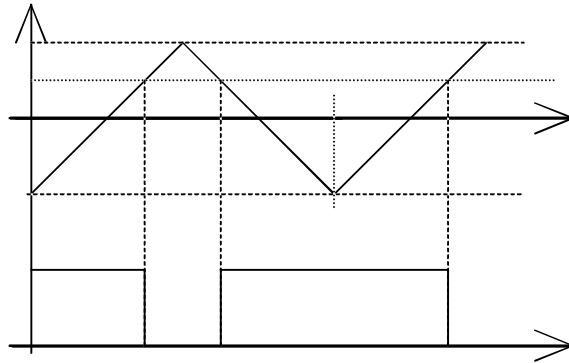
$$f_{c1} + f_{c4} = 1 \quad \text{et} \quad f_{c2} + f_{c3} = 1$$

3.2.1.3)

D'autre part la commande impose $f_{c1} = f_{c3}$ et $f_{c2} = f_{c4}$ (commande bipolaire).

On en déduit l'expression de la fonction de modulation $f_m = f_{c1} - f_{c2} = 2 \cdot f_{c1} - 1$

3.2.1.4)



La valeur moyenne de la fonction de connexion calculée sur une période de la porteuse est donnée par la relation :

$$\langle f_{c1} \rangle_{T_p} = \frac{v_{mod}}{2 \cdot V_{mp}} + \frac{1}{2}$$

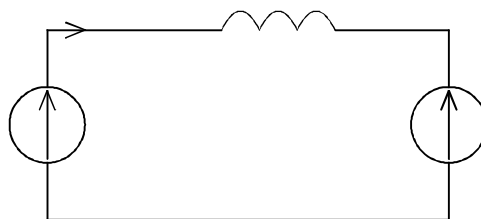
3.2.1.5) La valeur moyenne de la fonction de modulation calculée sur une période de la porteuse s'exprime par la relation :

$$\langle f_m \rangle_{T_p} = 2 \cdot \langle f_{c1} \rangle_{T_p} - 1 = \frac{v_{mod}}{V_{mp}}$$

3.2.2) Etude du courant.

3.2.2.1)

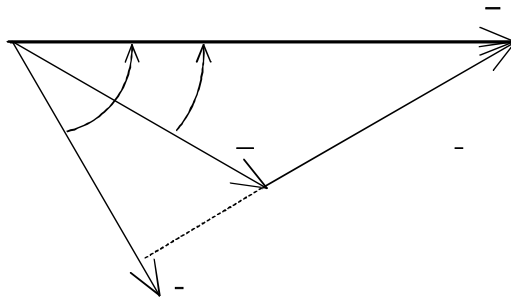
Pour le fondamental, le schéma équivalent est le suivant :



avec

$$v_{fond} = r \cdot U_{co} \cdot \sin(\omega_s \cdot t - \delta)$$

3.2.2.2) Dans le plan complexe, le diagramme des tensions est donné par la figure suivante :



$$E = \underline{V}_{\text{fond}} + j \cdot L \cdot \omega_s \cdot \underline{I}_{\text{fond}} \quad \text{avec} \quad \underline{V}_{\text{fond}} = \frac{r \cdot U_{\text{co}}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j\delta}$$

On en déduit :

- La valeur efficace du fondamental du courant :

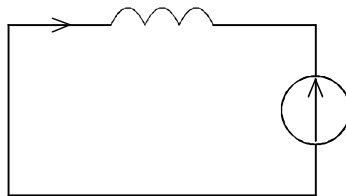
$$I_{\text{fond}} = \frac{\left(\left(\frac{r \cdot U_{\text{co}}}{\sqrt{2}} \sin(\delta) \right)^2 + \left(\frac{r \cdot U_{\text{co}}}{\sqrt{2}} \cos(\delta) - E \right)^2 \right)^{0.5}}{L \cdot \omega_s}$$

- Le déphasage de ce courant :

$$\varphi = -\text{Arg}(\underline{I}_{\text{fond}}) = \text{Arctg} \left(\frac{E - \frac{r \cdot U_{\text{co}}}{\sqrt{2}} \cos(\delta)}{\frac{r \cdot U_{\text{co}}}{\sqrt{2}} \sin(\delta)} \right)$$

3.2.2.3)

Pour les harmoniques, la source de tension "e" est assimilable à un court circuit. Le schéma correspondant est donc :



Pour l'harmonique de rang h, la valeur efficace du courant est donnée par l'expression :

$$I_h = \frac{V_h}{L \cdot h \cdot \omega_s}$$

3.2.2.4)

En ne considérant que seuls sont présents les harmoniques donnés dans le tableau, le taux de distorsion en courant s'exprime par la relation :

$$\text{THD} = \frac{\left(\left(\frac{0.22}{\omega_p - 2 \cdot \omega_m} \right)^2 + \left(\frac{0.82}{\omega_p} \right)^2 + \left(\frac{0.22}{\omega_p + 2 \cdot \omega_m} \right)^2 \right)^{0.5} \cdot \frac{U_{\text{co}}}{\sqrt{2} \cdot L}}{I_{\text{fond}}}$$

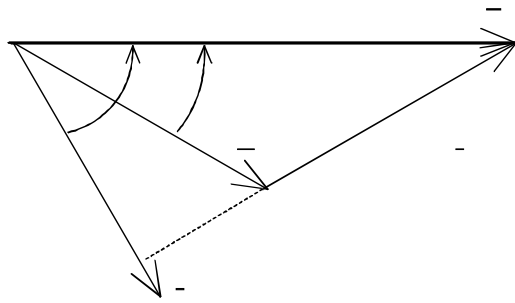
Pour avoir un taux de distorsion inférieur à 10 % , il faut une inductance L supérieure à 1 mH

3.2.3) Echanges de puissance

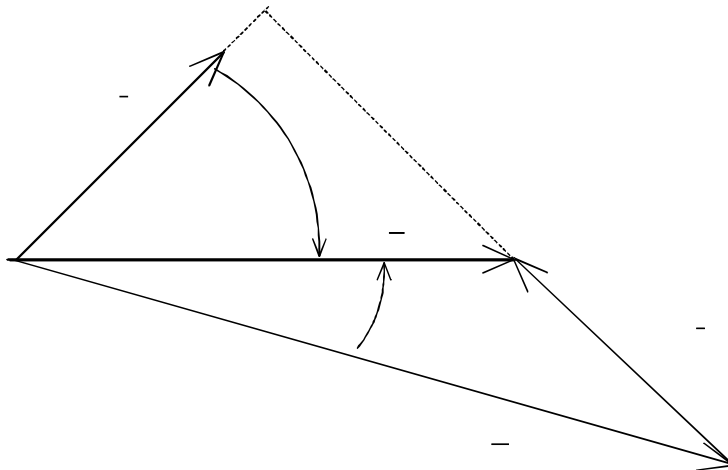
3.2.3.1)

Les puissances active et réactive fournies par le réseau s'écrivent : $P = E \cdot I \cdot \cos(\varphi)$ et $Q = E \cdot I \cdot \sin(\varphi)$

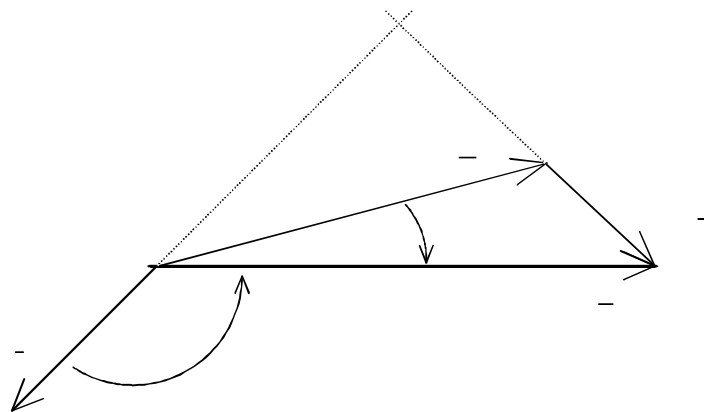
- $P > 0$ et $Q > 0$



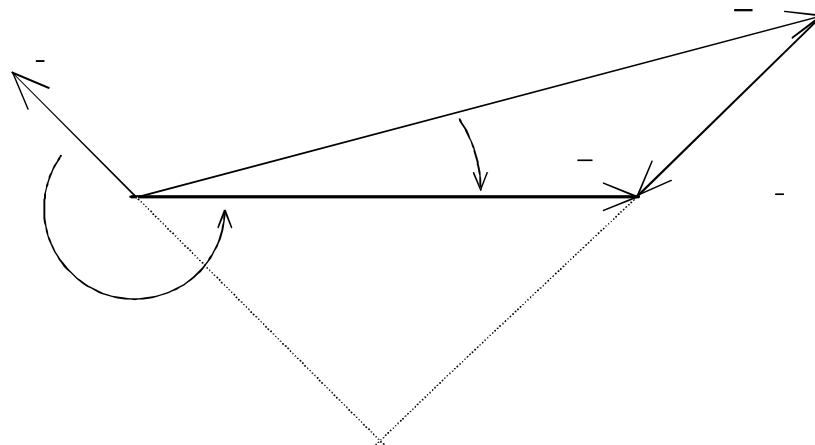
- $P > 0$ et $Q < 0$



- $P < 0$ et $Q > 0$



- $P < 0$ et $Q < 0$



3.2.3.2) Expression de la puissance active

$$E = \underline{V}_{\text{fond}} + j \cdot L \cdot \omega_s \cdot \underline{I}_{\text{fond}} \quad \text{avec} \quad \underline{V}_{\text{fond}} = \frac{r \cdot U_{\text{co}}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j\delta}$$

$$\underline{I}_{\text{fond}} = \frac{\underline{V}_{\text{fond}} \cdot \sin \delta}{L \cdot \omega_s} - j \cdot \frac{E - \underline{V}_{\text{fond}} \cdot \cos \delta}{L \cdot \omega_s}$$

La puissance apparente complexe est donnée par la relation :

$$\underline{S} = \underline{E} \cdot \underline{I}_{\text{fond}}^* = P + j \cdot Q$$

On en déduit :

$$P = E \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{E \cdot V_{\text{fond}} \cdot \sin \delta}{L \cdot \omega_s} = \frac{E \cdot r \cdot U_{\text{co}} \cdot \sin \delta}{\sqrt{2} \cdot L \cdot \omega_s}$$

Pour E, U_{co}, L et ω_s données, la puissance maximum s'écrit :

$$P_{\text{max}} = \frac{E \cdot U_{\text{co}}}{\sqrt{2} \cdot L \cdot \omega_s}$$

et

$$P = P_{\text{max}} \cdot r \cdot \sin \delta$$

3.2.3.3) Expression de la puissance réactive.

La question précédente permet d'écrire :

$$Q = E \cdot I \cdot \sin \varphi = \frac{E \cdot (E - V_{\text{fond}} \cdot \cos \delta)}{L \cdot \omega_s} = \frac{E^2}{L \cdot \omega_s} - P_{\text{max}} \cdot r \cdot \cos \delta$$

3.2.3.4)

$$\frac{P}{P_{\text{max}}} = r \cdot \sin \delta$$

$$\frac{Q}{P_{\text{max}}} = \frac{E^2}{P_{\text{max}} \cdot L \cdot \omega_s} - r \cdot \cos \delta$$

$$\text{d'où} \quad \left(\frac{P}{P_{\text{max}}} \right)^2 + \left(\frac{Q}{P_{\text{max}}} - \frac{E^2}{P_{\text{max}} \cdot L \cdot \omega_s} \right)^2 = r^2$$

Le lieu des points de fonctionnement dans le plan $\frac{Q}{P_{\text{max}}} = f\left(\frac{P}{P_{\text{max}}}\right)$ se situe sur un cercle

$$\text{de centre} \left(0, \frac{E^2}{P_{\text{max}} \cdot L \cdot \omega_s} \right)$$

et de rayon r

3.2.3.5) Pour fonctionner à facteur de puissance unitaire, il faut Q = 0

$$\text{soit} \quad \frac{E^2}{P_{\text{max}} \cdot L \cdot \omega_s} = r \cdot \cos \delta$$

Quatrième partie Travail pédagogique

4.1) Questions préliminaires.

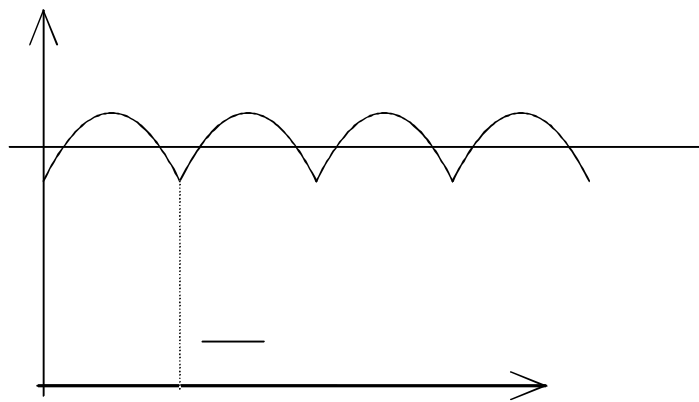
4.1.1) En supposant que l'on puisse négliger les chutes de tension devant la fem à vide, la tension aux bornes d'un enroulement s'écrit :

$$v \approx e = k \cdot \Omega \cdot \sin(p \cdot \Omega \cdot t + \theta_0)$$

L'amplitude et la fréquence sont proportionnelles à la vitesse de rotation.

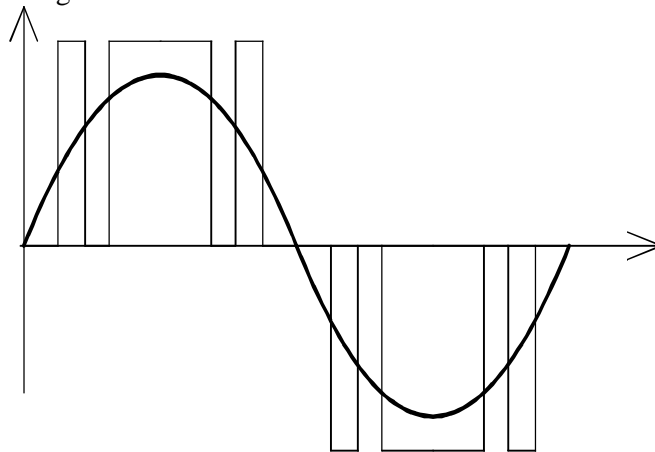
4.1.2) Formes d'ondes.

En supposant la conduction continue et le filtre d'entrée parfait, les formes d'ondes des tensions $v_p(t)$ et $v_c(t)$ sont données par la figure suivante.



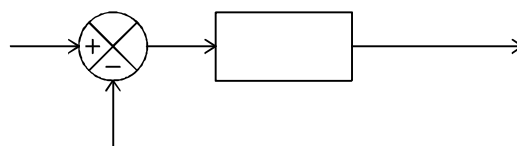
4.1.3) Formes d'ondes.

Dans le cas d'une commande unipolaire et d'un filtrage parfait, les formes d'ondes des tensions $v(t)$ et $v_s(t)$ sont données par la figure suivante.



4.1.4) Structure de commande.

Une structure de commande pourrait être la suivante :



avec

$$v_{s-cons} = V_s \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_s \cdot t)$$

4.2) Elaboration d'un exercice d'évaluation.

Filtre d'entrée

Le filtre d'entrée doit permettre :

- d'obtenir à l'entrée de l'onduleur une tension v_c sensiblement constante.
L'ondulation de tension de la tension d'entrée v_c a deux causes :
 - * L'alimentation par une tension v_p ondulée.
 - * L'absorption d'un courant par l'onduleur ondulé.
- de rendre sensiblement constant le courant i_{L_e} absorbé à la source.

Filtre de sortie

La fonction principale du filtre de sortie est l'obtention d'une tension de sortie v_s quasi-sinusoidale

Ce filtre doit permettre de :

- Diminuer le taux de distorsion en tension dû aux harmoniques de tension générés par l'onduleur.
- Minimiser l'ondulation de courant en sortie de l'onduleur.

Par contre, il ne doit pas augmenter la puissance apparente de l'onduleur (le déphasage du courant fondamental doit être le plus faible possible).