

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

De la deuxième épreuve

option B : électrotechnique et électronique de puissance

1 ÉTUDE MÉCANIQUE DE LA TRANSLATION DU CHARIOT ET DU LEVAGE.

1.1 Justification du dimensionnement des moteurs.

1.1.1 Puissance et vitesse nominale de rotation des moteurs de direction.

$F = M \cdot \gamma$ avec $\gamma = 0,75 \text{ m/s}^2$. $M = (50000+32000)$ soit $F = 82\,000 \cdot 0,75 = \mathbf{61500 \text{ N}}$.

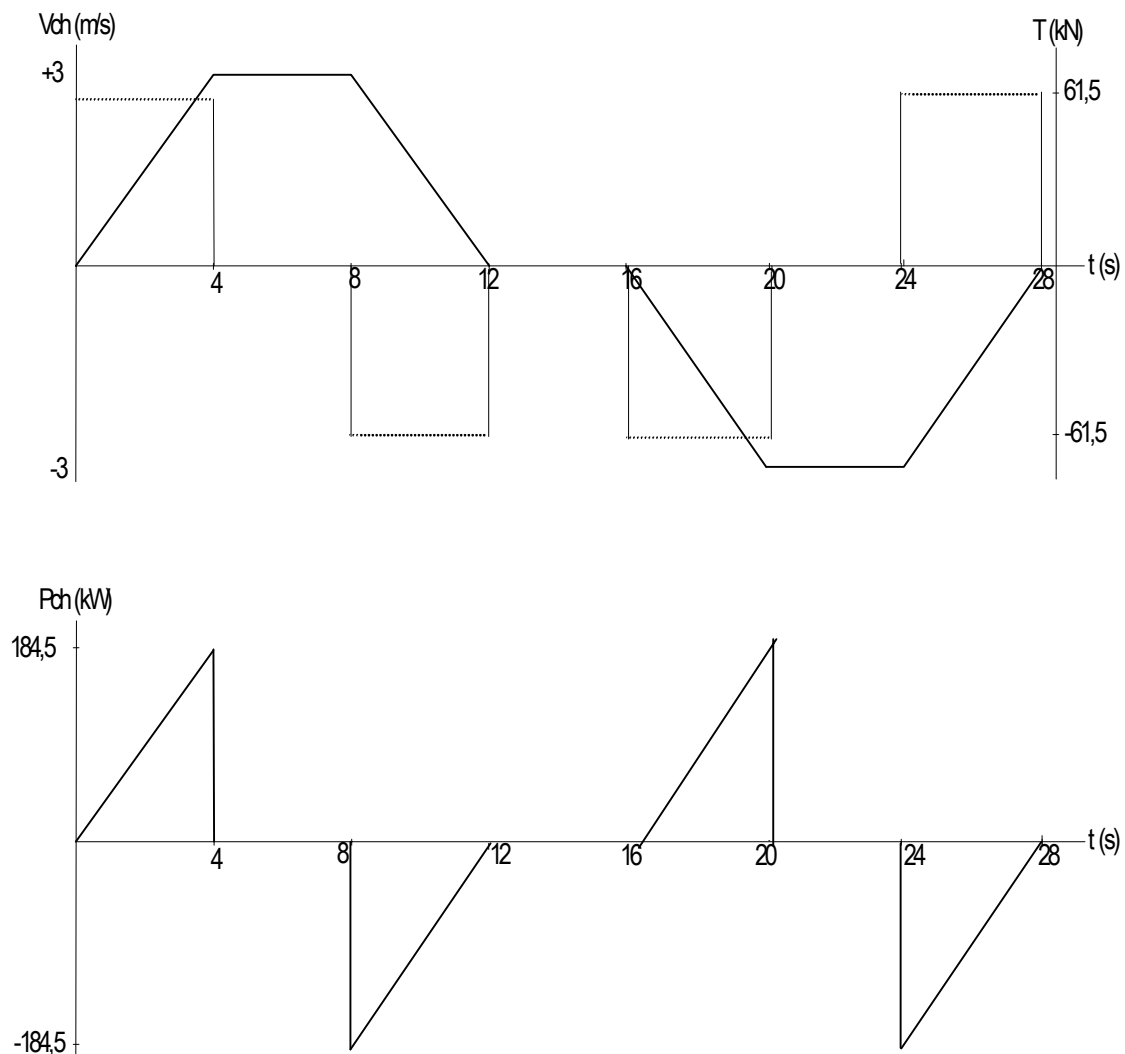
Les moteurs doivent donc pouvoir développer une puissance $P = F \cdot v_{\text{MAX}} = 3 \cdot 61500 = \mathbf{184,5 \text{ kW}}$.

Compte tenu des données, ils peuvent développer $2 \cdot 78 \cdot 1,2 = \mathbf{187,2 \text{ kW}}$. Ils conviennent.

$$N = \frac{3 \cdot 15,45 \cdot 60}{0,598 \cdot \pi} = 1480 \text{ tr/min}$$

1.1.2 Évolutions temporelles pour le cycle de translation imposé....

Sur l'intervalle $[0,4\text{s}]$ la distance parcourue est de $\frac{1}{2} \gamma t^2 = 6 \text{ m}$, 6 m sur $[8, 12\text{s}]$ et 12m sur $[4, 8 \text{ s}]$.



1.1.3 Puissance et vitesse nominale de rotation du moteur de levage.

Il faut développer à la charge : $P_{ch} = m \cdot g \cdot v_{ch} = 50000 \cdot 9,81 \cdot 1 = 490,5 \text{ kW}$.

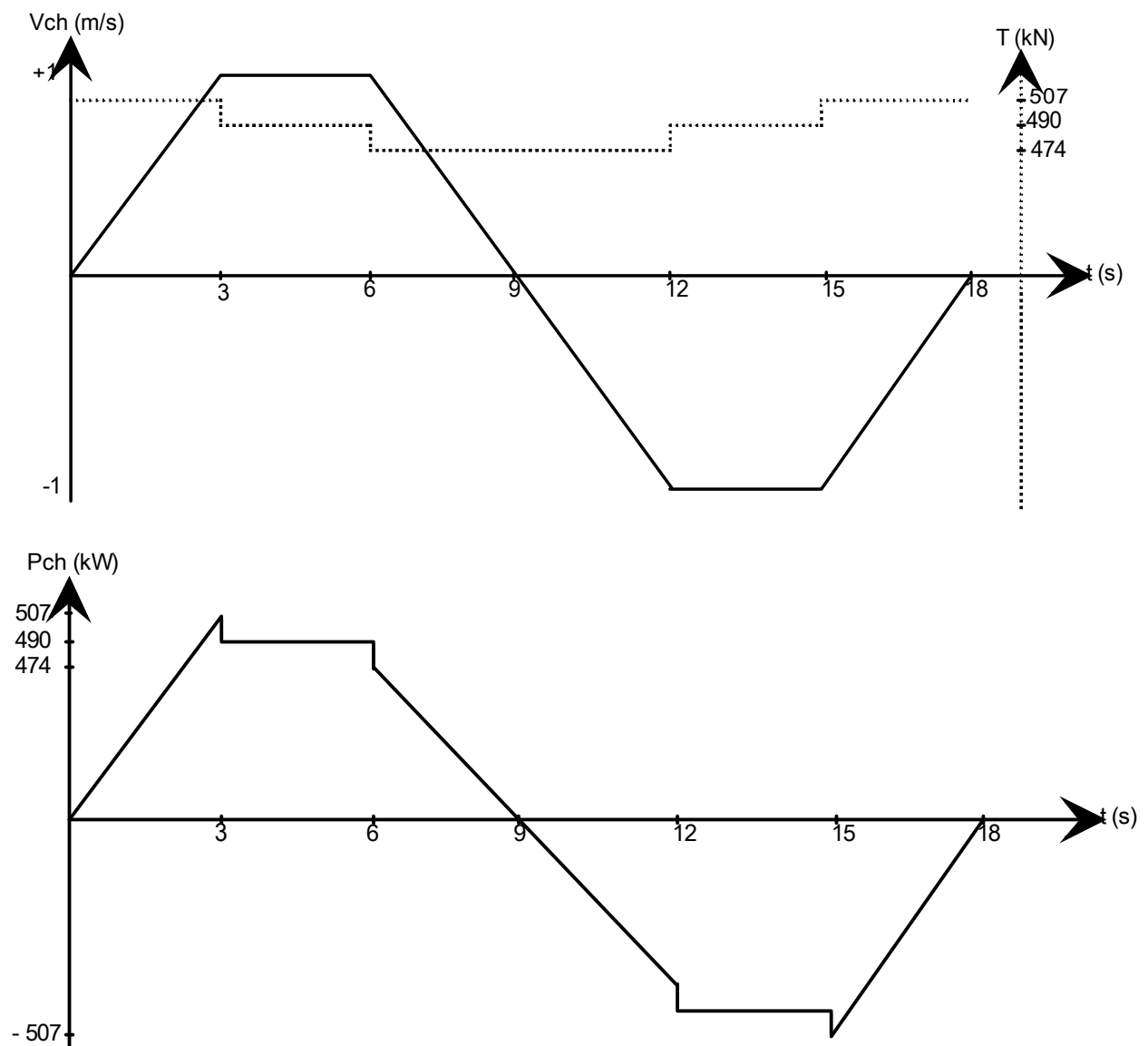
Le moteur peut développer $480 \cdot 1,2 = 576 \text{ kW}$.

Du fait du moufflage, la vitesse du câble est double de celle de la charge.

$$\Omega_{\text{moteur}} = \frac{2 \cdot v_{\text{charge}}}{r_{\text{tambour}}} \cdot R_{\text{Réducteur}} \quad \text{A. N.} \quad \Omega_{\text{moteur}} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 18,182}{0,695/2} = 104,64 \text{ rd/s soit } 999,3 \text{ tr/min.}$$

Le moteur de 480 kW à 1000 tr/min convient.

1.1.4 Évolutions temporelles pour le cycle de montée descente imposé....



1.2 Influence de l'élasticité du câble sur le mouvement de levage.

1.1.1 Allongement ($\Delta\lambda$) et raideur (k) de l'ensemble des huit câbles.

$$\text{Section apparente du câble : } S_A = \pi \cdot r^2 = \left(\frac{29}{2}\right)^2 \cdot \pi = 660 \text{ mm}^2.$$

$$\text{Section utile du câble : } 0,57 \cdot 660 = 376 \text{ mm}^2.$$

$$\text{Traction exercée sur un câble : } \frac{50000}{8} \cdot 9,81 = 61300 \text{ N}$$

$$\Delta\lambda = \frac{N \cdot \lambda_0}{E \cdot S_0} = \frac{61300 \cdot 40000}{110000 \cdot 376} = 59,28 \text{ mm}$$

$$\text{La raideur } k \text{ est de } \frac{N}{\Delta\lambda} = \frac{E \cdot S_0}{\lambda_0}. \quad \text{Pour 1 câble } k = 1034 \text{ N/mm} = 1,034 \cdot 10^6 \text{ N/m}$$

$$\text{Pour 8 câbles } k = 8,272 \cdot 10^6 \text{ N/m}$$

1.1.2 Expression temporelle de $z(t)$ et de $T(t)$.

L'action de la gravité sur la charge étant équilibrée, il ne reste que : $k \cdot z + m \frac{d^2z}{dt^2} = 0$

Cette équation a pour solution $z(t) = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t$. avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

La continuité de $z(t)$ et de sa dérivée conduisent à $z(t) = z_0 \cos \omega_0 t$.

$$\text{A.N. } \omega_0 = \sqrt{\frac{8,272 \cdot 10^6}{50000}} = 12,86 \text{ rd/s.} \quad \text{Soit une fréquence d'oscillation verticale de 2 Hz.}$$

$$\boxed{z(t) = 0,006 \cos(12,86 t)}$$

$$\boxed{T = 490500 + 49632 \cos(12,86 t)}$$

1.1.3 Nouvelle expression temporelle de $z(t)$ et de $T(t)$, compte tenu de l'amortissement.

A l'expression précédente, il faut ajouter la force d'amortissement qui vaut $c \cdot \frac{dz}{dt}$

Elle devient alors : $k \cdot z + c \cdot \frac{dz}{dt} + m \frac{d^2z}{dt^2} = 0$ et a pour solution $z(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$.

$$\text{Avec } r_1 = -\frac{c}{2 \cdot m} + \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4 \cdot m^2}} \quad \text{et } r_2 = -\frac{c}{2 \cdot m} - \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4 \cdot m^2}}$$

$$\text{On pose } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 12,86 \text{ rd/s} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{c}{2 \cdot m} = \frac{128000}{2 \cdot 50000} = 1,28.$$

On constate que $\alpha \ll \omega_0$, r_1 et r_2 sont des complexes conjugués, le régime est pseudo périodique. $z_{(t)} = e^{-\alpha t} (C_1 \cos \Omega t + C_2 \sin \Omega t)$ Avec $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$, et si on pose $\frac{\alpha}{\omega_0} = m$

$$\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}.$$

Les conditions initiales sur z_0 et sa dérivée sont : $z_0 = 0,006 \text{ m}$ qui conduit à $C_1 = z_0$

et $z'_0 = 0 = -\alpha \cdot e^{-\alpha t} (C_1 \cos \Omega t + C_2 \sin \Omega t) + e^{-\alpha t} (-C_1 \sin \Omega t + C_2 \cos \Omega t) = C_2 \Omega - C_1 \alpha$

$$\text{qui conduit à } C_2 = \frac{\alpha}{\Omega} \cdot C_1$$

$$z_{(t)} = z_0 e^{-\alpha t} \cdot \left(\cos \Omega t + \frac{\alpha}{\Omega} \sin \Omega t \right)$$

A.N. $\alpha = 1,28 \text{ s}^{-1}$ $\Omega = 12,8 \text{ rd/s}$ $z_0 = 0,006 \text{ m}$

$$z_{(t)} = 0,006 \cdot e^{-1,28t} (\cos 12,8t + 0,1 \sin 12,8t)$$

La traction qui s'exerce sur le câble est la somme de celle due à la gravité et de celle due à l'oscillation.

$$T_{(t)} = m \cdot g + k \cdot z_0 \cdot e^{-1,28t} (\cos 12,8t + 0,1 \sin 12,8t)$$

$$T_{(t)} = 490500 + 49632 \cdot e^{-1,28t} (\cos 12,8t + 0,1 \sin 12,8t)$$

1.3 Balancement de la charge et influence du vent.

1.1.1 Angles et déplacements de la charge pour des vitesses de vent de 20, 40 et 80 km/h.

Le conteneur présente, au vent, une surface de $12,2 \cdot 3 = 36,6 \text{ m}^2$.

La force $F_v = A \cdot C_d \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (V_v)^2$ est donc de $36,6 \cdot 1,2 \cdot \frac{1,2}{2} (V_v)^2 = 26,35 (V_v)^2$.

Vitesse en km/h	Vitesse en m/s	Force en N	Angle en Rd	Déplacement en m
20	5,55	811	$1,65 \cdot 10^{-3}$	0,066
40	11,1	3246	$6,6 \cdot 10^{-3}$	0,2645
80	22,22	12987	$25,6 \cdot 10^{-3}$	1,058

1.1.2 Expression temporelle, littérale puis numérique, de $\theta_{(t)}$; pour une inclinaison initiale θ_0 de $1,4^\circ$.

On applique le PFD sur l'axe horizontal (x), $F = m \frac{d^2 x}{dt^2} = -m \cdot g \cdot \sin \theta$.

Mais les hypothèses sur θ permettent d'écrire $x = \lambda \theta$ et $\sin \theta = \theta$.

Il vient alors : $m \lambda \frac{d^2 \theta}{dt^2} + m \cdot g \cdot \theta = 0$ soit $\lambda \frac{d^2 \theta}{dt^2} + g \cdot \theta = 0$

Cette équation est de même forme que celle du 1.2.2. Nous aurons donc :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\lambda}} \quad \theta_{(t)} = \theta_0 \cos \omega_0 t$$

A.N. $\omega_0 = \sqrt{\frac{9,81}{40}} = 0,495 \text{ rd/s}$. Soit une fréquence de balancement de 0,079 Hz.

$$\theta_{(t)} = 2,44 \cdot 10^{-2} \cos(0,495 t)$$

1.1.3 PFD appliqué au chariot de masse M , et relation temporelle liant x , θ et F .

La somme des forces extérieures est, ici, constituée de celles qu'exercent le moteur et le câble.

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit : $M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{(t)} + m \cdot g \cdot \theta$

1.1.4 Position, sur x , du centre de gravité de l'ensemble « conteneur-spreader » de masse m .

$$X_{\text{conteneur}} = x + \lambda \cdot \sin \theta = x + \lambda \theta$$

1.1.5 Relation temporelle liant x à θ .

$$m \frac{d^2 (\lambda \theta + x)}{dt^2} + m \cdot g \cdot \theta = 0 \quad \text{soit :} \quad \lambda \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{d^2 x}{dt^2} + g \cdot \theta = 0$$

1.1.6 Equation différentielle liant l'angle d'inclinaison $\theta_{(t)}$ à la force $F_{(t)}$ exercée sur le chariot.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\lambda \frac{d^2 \theta}{dt^2} - g \cdot \theta$$

$$-M\lambda \frac{d^2 \theta}{dt^2} - (m + M)g \cdot \theta = F_{(t)}$$

1.1.7 Expression temporelle de $\theta_{(t)}$; pour une force $F_{(t)}$ nulle et une inclinaison initiale θ_0 de $1,4^\circ$.

$$F_{(t)} = 0,$$

$$\theta_0 = 1,4^\circ = 0,0244 \text{ rd.}$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{(m + M)}{M\lambda} g \cdot \theta = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(m + M)g}{M \cdot \lambda}}$$

Les conditions initiales sur θ_0 et θ'_0 conduisent à : $\theta_{(t)} = \theta_0 \cdot \cos \omega_0 t$

Avec $\omega_0 = 0,793 \text{ rd/s}$ soit $f_0 = 0,126 \text{ Hz}$.

$$\theta_{(t)} = 0,0244 \cdot \cos 0,793 t$$

1.1.8 Expression temporelle, littérale puis numérique de $\theta(t)$.

$$M\lambda \frac{d^2\theta}{dt^2} + (m + M)g \cdot \theta = -F_{(t)} \quad \text{conduit à} \quad \theta_{(t)} = A \cdot \cos \omega_0 t - \frac{F}{(M + m) \cdot g}$$

Les conditions initiales (à $t=0$, $\theta_{(t)} = 0$) Amènent à :

$$\theta_{(t)} = \frac{F}{(M + m)g} [\cos \omega_0 t - 1]$$

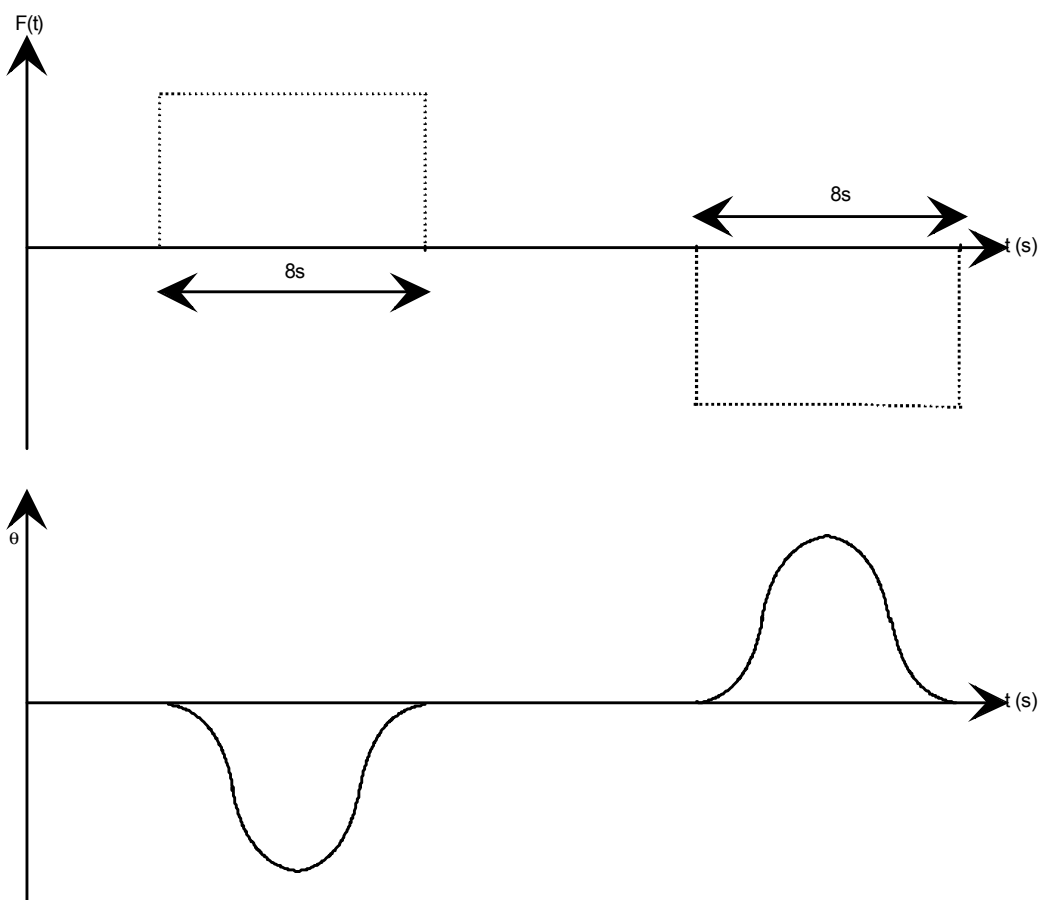
A.N. $\theta_{(t)} = 0,0746 \cdot [\cos 0,793t - 1]$

1.1.9 Valeur numérique de D qui annule l'inclinaison finale.

La fonction établie en 1.3.8 s'annule pour toutes les valeurs de t , $T_k = \frac{2 \cdot k \cdot \pi}{0,793}$ avec k entier >0 .

Pour $k = 1$ il vient $D = T_1 = \frac{2 \cdot \pi}{0,793} = 7,92 \text{ s}$

1.1.10 Stratégie de commande pour le chariot, représentation de $F_{(t)}$ et $\theta_{(t)}$ pour un trajet.



2 ÉTUDE DE L'ASSERVISSEMENT DU CHARIOT.

2.1 Expressions littérale et numérique de $H(p)$

Rappelons l'expression temporelle de $f(t)$: $f(t) = -(M+m)g\theta_{(t)} - MI \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Passons cette expression dans le domaine symbolique en respectant les conditions d'Heaviside :

$$-(M+m)g\theta(p) - MIp^2\theta(p) = F(p) \Rightarrow H(p) = \frac{1}{-(M+m)g - MIp^2} \Rightarrow \frac{-\left(\frac{1}{(M+m)g}\right)}{1 + \frac{MI}{(M+m)g}p^2}$$

AN : $M = 32.10^3 \text{ kg}$ $l = 40 \text{ m}$ $m = 50.10^3 \text{ kg}$ $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$$H(p) = \frac{-1,243.10^{-6}}{1 + 1,59 p^2}$$

2.1 Commande de l'inclinaison du câble

2.2.1 Valeur à donner à $C(p)$

Comme on veut maintenir une inclinaison nulle, il faut une consigne d'inclinaison nulle $C(p) = 0$

2.2.2 Calcul de $H_2(p)$

Comme $C(p) = 0$, la fonction de transfert $H_2(p)$ présente $H_1(p)$ comme chaîne directe et K_3 comme chaîne de retour d'où :

$$H_2(p) = \frac{\text{tête}(p)}{F(p)} = \frac{H_1(p)}{1 + K_3 H_1(p)} = \frac{\frac{-1,2.10^{-6}}{1 + 1,6p^2}}{1 + K_3 \left(\frac{-1,2.10^{-6}}{1 + 1,6p^2}\right)} = \frac{-1,2.10^{-6}}{1 + 1,6p^2 - K_3(1,2.10^{-6})} = \frac{-1,2.10^{-6}}{1 - 1,2.10^{-6} K_3 + 1,6p^2}$$

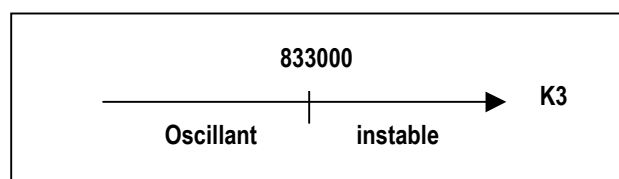
2.2.3 Stabilité en fonction de la valeur de K_3

Etudions le dénominateur de $H_2(p)$ $D(p) = 1 - 1,2.10^{-6} K_3 + 1,6p^2$ de la forme $A + 1,6p^2$

Si $A < 0$ ($K_3 > 833000$) : système instable (divergeant) car deux pôles réels dont un positif .

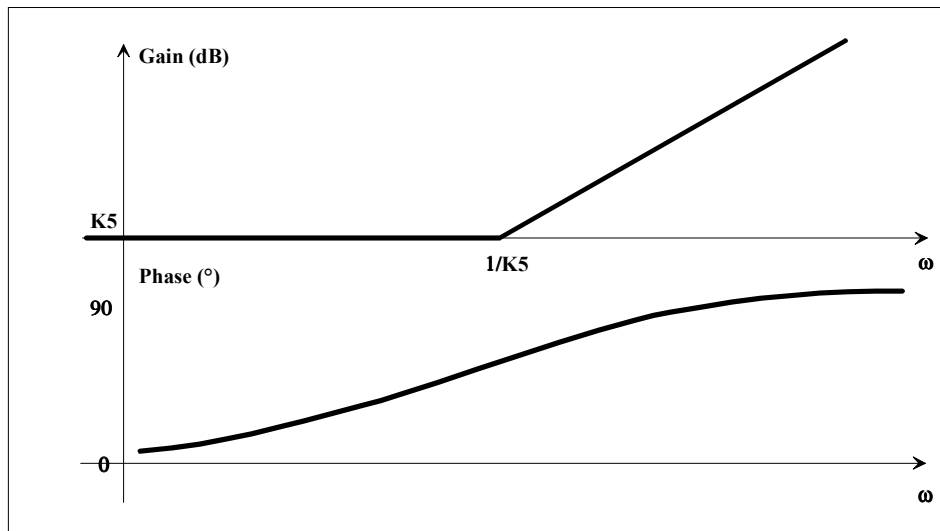
Si $A > 0$ ($K_3 < 833000$) : système oscillant (oscillateur pur) car deux pôles imaginaires purs.

En résumé :



2.2.4 Diagrammes de Bode de (1+K5p)

C'est un correcteur Proportionnel Dérivé



2.2.5 Fonction de transfert $H_3(p)$.

$$H_3(p) = \frac{H_1(p)}{1 + K_4(1 + K_5p)H_1(p)} = \frac{-\frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{1 + 1,6p^2}}{1 - K_4(1 + K_5p) \cdot \frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{1 + 1,6p^2}} = \frac{-1,2 \cdot 10^{-6}}{1 - K_4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} - K_4 \cdot K_5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} p + 1,6p^2}$$

Soit sous forme canonique :

$$H_3(p) = \frac{-1,2 \cdot 10^{-6}}{1 - K_4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} - \frac{K_4 \cdot K_5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}}{1 - K_4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}} p + \frac{1,6}{1 - K_4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}} p^2}$$

2.2.6 Calcul des gains K_4 et K_5

On désire un pôle double $-1,3 \text{ s}^{-1}$ soit $\tau = \frac{1}{1,3} = 0,7692$, $\tau^2 = 0,5917$, $K_4 = -\frac{1,6 - 0,5917}{0,5917 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}} = -1,42 \cdot 10^6$

Et comme $2m\tau = 2\tau = 2 \cdot 0,7692 = 1,5384 = \frac{1,704 \cdot K_5}{1 + 1,42 \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}} = \frac{1,704 \cdot K_5}{2,704} \Rightarrow K_5 = \frac{1,5384 \cdot 2,704}{1,704} = 2,44$

$$K_4 = -1,42 \cdot 10^6 \quad K_5 = 2,44$$

2.2.7 Solutions technologiques

Capteur potentiométrique	Capteur inductif
Codeur optique	Visée depuis le chariot (caméra)

2.3 Asservissement de la vitesse du chariot

2.3.1 Blocs A(p) et B(p)

de l'équation temporelle $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{f(t)}{M} + \frac{mg\theta(t)}{M}$ on tire $p^2X(p) = \frac{F(p)}{M} + \frac{mg\theta(p)}{M} \Rightarrow X(p) = \frac{F(p)}{Mp^2} + \frac{mg\theta(p)}{Mp^2}$

et par identification il vient :

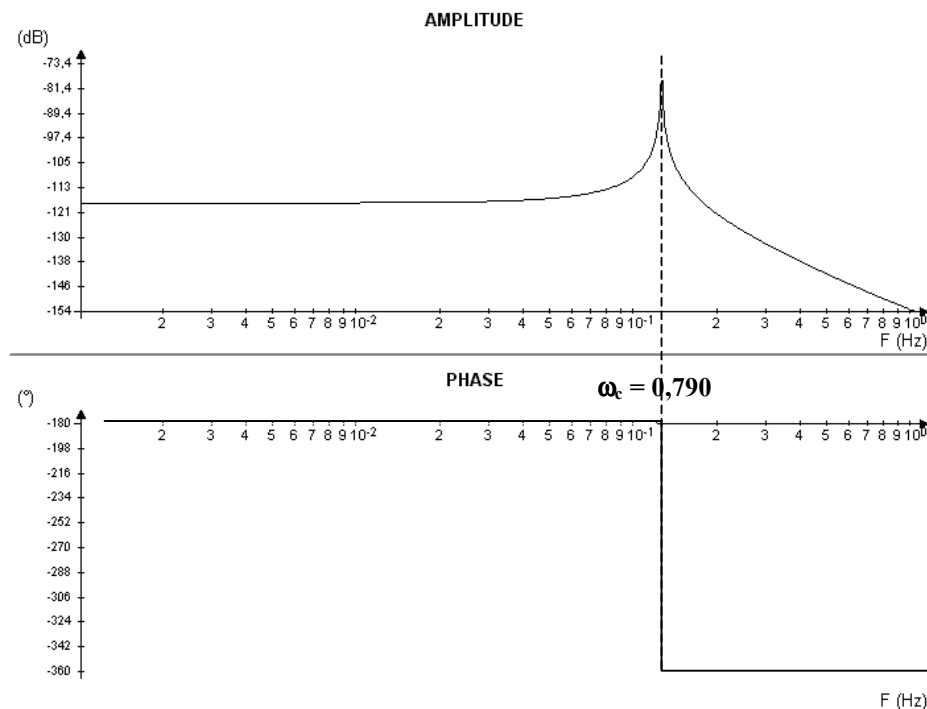
$$\boxed{A(p) = \frac{1}{Mp^2}, \quad B(p) = \frac{mg}{Mp^2}}$$

2.3.2 Blocs M1, M2, M3 et M4

En remarquant que les blocs A(p) et B(p) ont le facteur $1/Mp^2$ en commun, il vient :

$$\boxed{M1 = mg \quad M2 = \frac{1}{M} \quad M3 = \frac{1}{p} \quad M4 = \frac{1}{p}}$$

2.3.3 Diagrammes de Bode H1(jω)



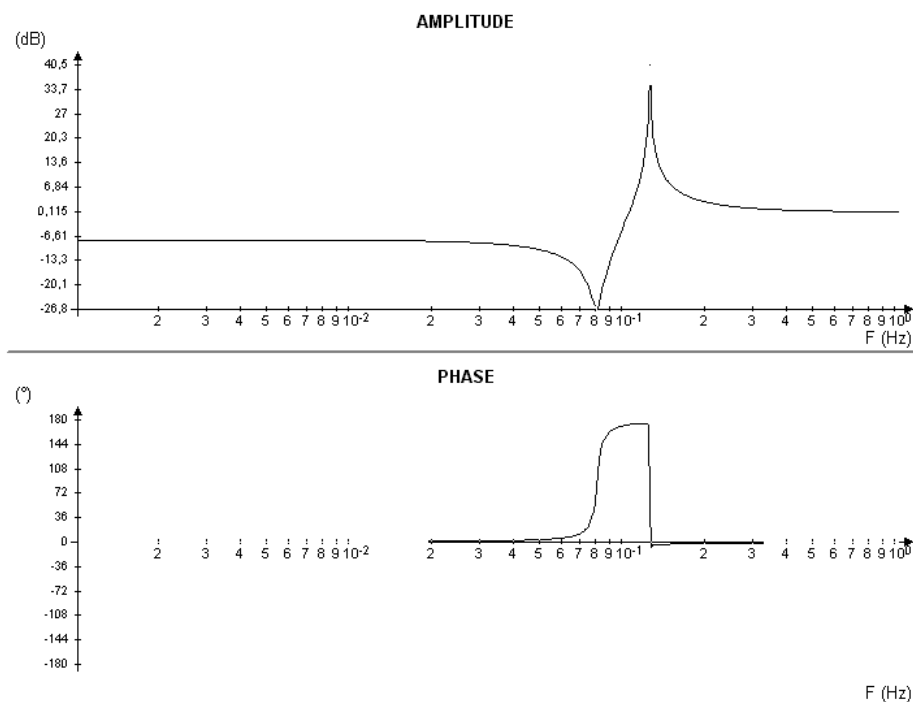
2.3.4 Diagrammes de Bode de H'(jω)

$$H'(j\omega) = \left[\frac{-1,2 \cdot 10^{-6}}{1 - 1,6\omega^2} \cdot 490500 \right] + 1 = \frac{-0,588}{1 - 1,6\omega^2} + \frac{1 - 1,6\omega^2}{1 - 1,6\omega^2} = \frac{0,412 - 1,6\omega^2}{1 - 1,6\omega^2} = 0,412 \cdot \frac{1 - 3,88\omega^2}{1 - 1,6\omega^2}$$

$$\text{Gain statique} = 20\log(0,412) = -7,7 \text{ dB}$$

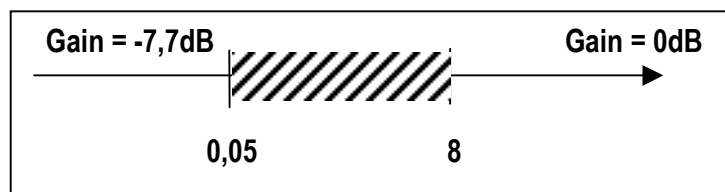
$$\text{Zéro} = 1/\sqrt{3,88} = 0,507$$

$$\text{Pôle} = 0,790$$



2.3.5 Plage de pulsations

En respectant la règle du 1/10 on peut prendre comme plage de pulsations :



2.3.6 Valeur du gain G1

Calcul de $H_{BF}(p)$
$$H_{BF}(p) = \frac{G.M2 \frac{1}{p}}{1 + G.M2 \frac{1}{p}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{G.M2} p}$$
 c'est un système du premier ordre de

constante de temps = $\tau = \frac{1}{G.M2}$. Comme on veut un temps de réponse de **10ms**, il vient $3\tau = 0,01$

D'où :
$$\frac{1}{G1.M2} = \frac{0,01}{3} \Rightarrow G1 = \frac{3}{0,01 \cdot \frac{1}{32000}} = 9,6 \cdot 10^6$$
 $G1 = 9,6 \cdot 10^6$

2.3.7 Erreur statique

Le système possédant un intégrateur pur dans la chaîne directe,

l'erreur statique de position est nulle

2.3.8 Erreur de traînage

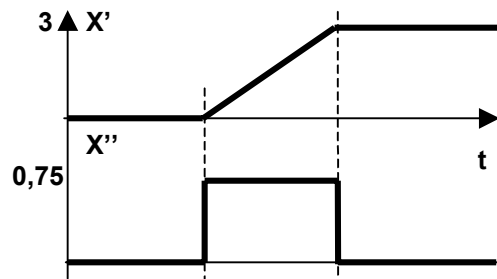
Dans un système du premier ordre, l'erreur de traînage est égale à $1/A$, A étant le gain statique de la chaîne directe.

$$A = G2.M = 10^7 \cdot \frac{1}{32000} = 312,5$$

$$\varepsilon_{\text{traînage}} = \frac{1}{312,5} = 0,0032 \text{ m}$$

2.3.9 Allure temporelle de X' et X''

Comme la constante de temps du système est très petite devant la variation de la consigne, la réponse en vitesse est pratiquement identique à la consigne. X'' est la dérivée de la vitesse.



2.4 Contrôle de la position du chariot

2.4.1 Calcul des coefficients $K6$ et $K7$

Un dépassement de 5% sur la réponse indicielle correspond à un coefficient d'amortissement $m = 0,7$.

La lecture de l'abaque des temps de réponse réduit donne $\tau, \omega = 3$ comme $\tau_r = 0,3$, il vient $\omega = 10$

Calcul de la fonction de transfert en boucle fermée : $H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{K7}{K6}p + \frac{1}{M2K6}p^2}$ et comme

$$\frac{1}{\omega} = 0,1, \quad \tau^2 = 0,01 = \frac{1}{M2.K6} \quad K6 = \frac{100}{1} = 3,2 \cdot 10^6 \quad 2m\tau = 2 \cdot 0,7 \cdot 0,1 = \frac{K7}{K6} \quad K7 = 448000$$

$$\boxed{K6 = 3200000 \quad K7 = 448000}$$

2.4.2 Calcul de C_{pos} pour $X = 10m$

En régime statique, le gain vaut $\frac{1}{K6} = 3,125 \cdot 10^{-7}$ d'où

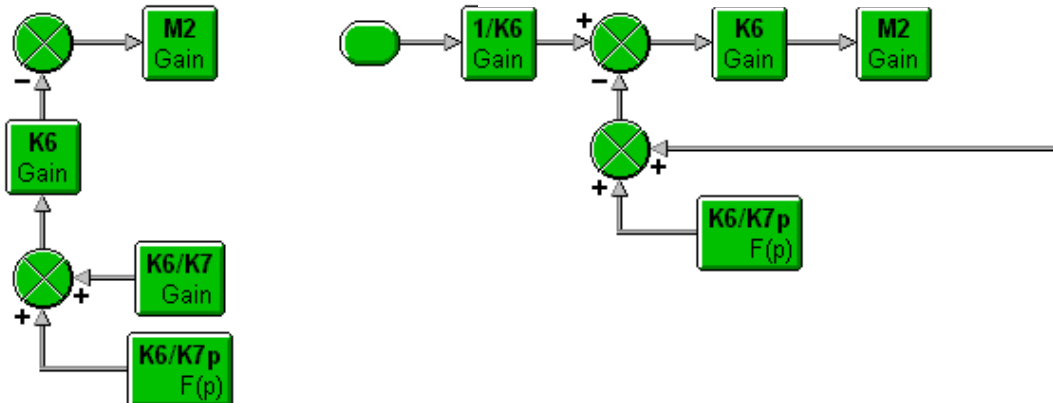
$$\boxed{C_{pos} = \frac{10}{3,125 \cdot 10^{-7}} = 32 \cdot 10^6 \text{ valeur irréalisable}}$$

2.4.3 Calcul des coefficients K8 et K9

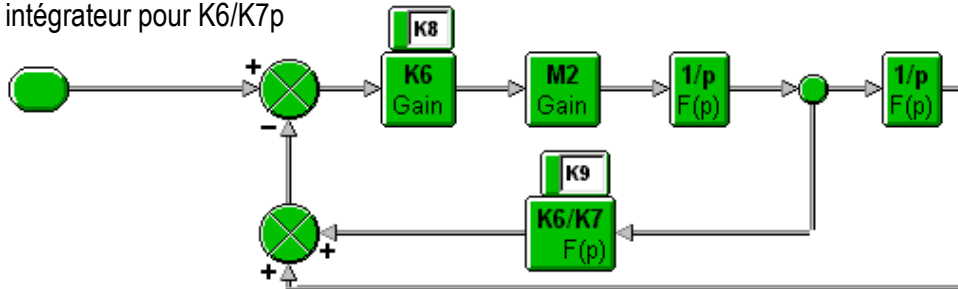
En partant du schéma du 2.4. retrouvons le schéma proposé.

1^{ère} étape : division des blocs de retour par K6 et mise en facteur par le bloc K6

2^e étape : déplacement du bloc K6 de part et d'autre du sommateur



3^e étape : saut d'un intégrateur pour K6/K7p



Ce qui conduit à : $K8 = K6 = 3200000$ et $K9 = \frac{K7}{K6} = 0,14$

$$K8 = K6 = 3200000 \text{ et } K9 = \frac{K7}{K6} = 0,14$$

2.4.4 Nouvelle valeur de Cpos

Le retour position étant unitaire

$$C_{pos} = 10$$

3 DIMENSIONNEMENT D'UN MOTEUR EN RÉGIME INTERMITTENT.

3.1 Moment d'inertie ramené à l'arbre d'un des deux moteurs.

Si on considère que les moteurs se partagent la charge, chacun doit entraîner :

- la moitié de la charge constituée par le chariot, le spreader et le conteneur
- deux des quatre disques de frein et son propre rotor soit $3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
- deux galets.

Le moment d'inertie d'un galet est $J_G = \frac{1}{2} \cdot m_G \cdot r_G^2$, avec $m_G = \pi r_G^2 e \delta$

$$J_G = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot e \cdot \delta \cdot r_G^4 \quad \text{A.N.} \quad J_G = \frac{\pi}{2} \cdot 0,1 \cdot 7880 \cdot (0,3)^4 \quad \boxed{J_G = 10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2}$$

Le moment d'inertie de la charge J_{CH} est de :

$$J_{CH} = \frac{\left(\frac{M+m}{2}\right) \cdot r_G^2}{(\text{Red})^2} \quad \text{A.N.} \quad J_{CH} = \frac{41000 \cdot 0,0894}{(15,45)^2} = 15,36 \text{ kg m}^2.$$

$$\boxed{J_{\text{Total}} = 15,36 + 2 + 1 + \frac{20}{(15,45)^2} = 18,44 \text{ kg m}^2.}$$

3.2 Couple développé à l'accélération et la décélération par ce moteur ; couple nominal

$$C = J \frac{d\Omega}{dt} \quad \frac{d\Omega}{dt} = \pm \frac{1480 \cdot \pi}{30 \cdot 4} \quad \begin{array}{l} \text{Accélération : } C = 714 \text{ N m.} \\ \text{Décélération : } C = -714 \text{ N m.} \end{array}$$

$$\text{Le couple nominal } C_N \text{ de ce moteur est : } 78000 \frac{30}{\pi \cdot 1480} = 503 \text{ Nm.}$$

$$\text{Lors des accélérations et des décéléérations, le moteur doit développer } \boxed{\frac{714}{503} = 1,42 \cdot C_N}$$

3.3 Puissance efficace en régime intermittent.

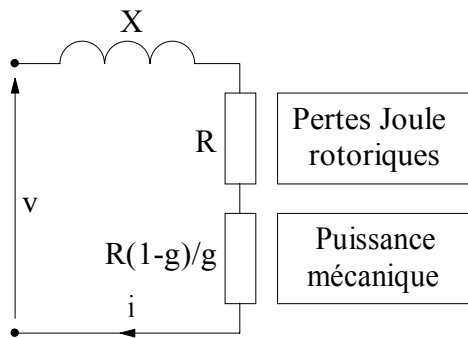
La puissance efficace en régime intermittent est la puissance constante qui produirait le même échauffement de la machine.

$$\boxed{P_{\text{Eff}} = \sqrt{\frac{P_1^2 \cdot t_1 + P_2^2 \cdot t_2 + P_3^2 \cdot t_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots}} = \sqrt{\frac{\sum P_i^2 \cdot t_i}{\sum t_i}}$$

Elle est définie pour des variations de charge à vitesse proche de la valeur nominale et pour des cycles de durée très petite devant les constantes de temps thermiques de la machine.

3.4 Justification de cette relation à partir du modèle statique de la machine asynchrone.

Schéma équivalent :



Equations associées :

$$Z_{(g)} = \left(\frac{R}{g}\right) + \hat{i} \cdot X \quad Z_{(g)} = \sqrt{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + X^2}$$

$$i_{s(g)} = i = \frac{V}{Z_{(g)}} \quad P_{tr(g)} = \frac{3 \cdot V^2 \cdot R \cdot g}{g^2 \cdot X^2 + R^2}$$

Pour de faibles valeurs de g : $g^2 \cdot X^2 \llll R^2$, $P_{tr(g)} \approx \frac{3 \cdot V^2 \cdot g}{R}$ et $P_{jr(g)} \approx \frac{3 \cdot V^2 \cdot g^2}{R}$

De plus, les pertes Joule sont négligeables devant la puissance transmise et alors, la puissance mécanique est peu différente de la puissance (P_{tr}) transmise au rotor. $P_{méca} \approx P_{tr} \approx \frac{3 \cdot V^2 \cdot g}{R}$.

On tire $g \approx \frac{R \cdot P_{méca}}{3 \cdot V^2}$; il vient alors : $P_{jr(g)} \approx \frac{3 \cdot V^2 \cdot R^2 \cdot (P_{méca})^2}{9 \cdot V^4 R} = \frac{R}{3 \cdot V^2} \cdot (P_{méca})^2 = K \cdot (P_{méca})^2$

Les pertes Joule sont proportionnelles au carré de la puissance développée sur l'arbre. Les pertes Joule moyenne sur un cycle sont donc proportionnelles à la moyenne des carrés de la puissance mécanique développée.

3.5 Alimentation à fréquence variable ($U/F = Cte$).

On remplace g par $\frac{\omega_s - p\Omega}{\omega_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s}$, il vient : $P_{jr(g)} = \frac{3 \cdot V^2 \cdot R \cdot \left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2}{\left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2 \cdot L^2 \omega_s^2 + R^2} = \frac{3 \cdot V^2}{\omega_s^2} \cdot \frac{\omega_r^2 \cdot R}{L^2 \omega_r^2 + R^2}$

$$P_{tr(g)} = \frac{3 \cdot V^2 \cdot R \cdot \left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)}{\left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2 \cdot L^2 \omega_s^2 + R^2} = \frac{3 \cdot V^2}{\omega_s} \cdot \frac{\omega_r \cdot R}{L^2 \omega_r^2 + R^2}$$

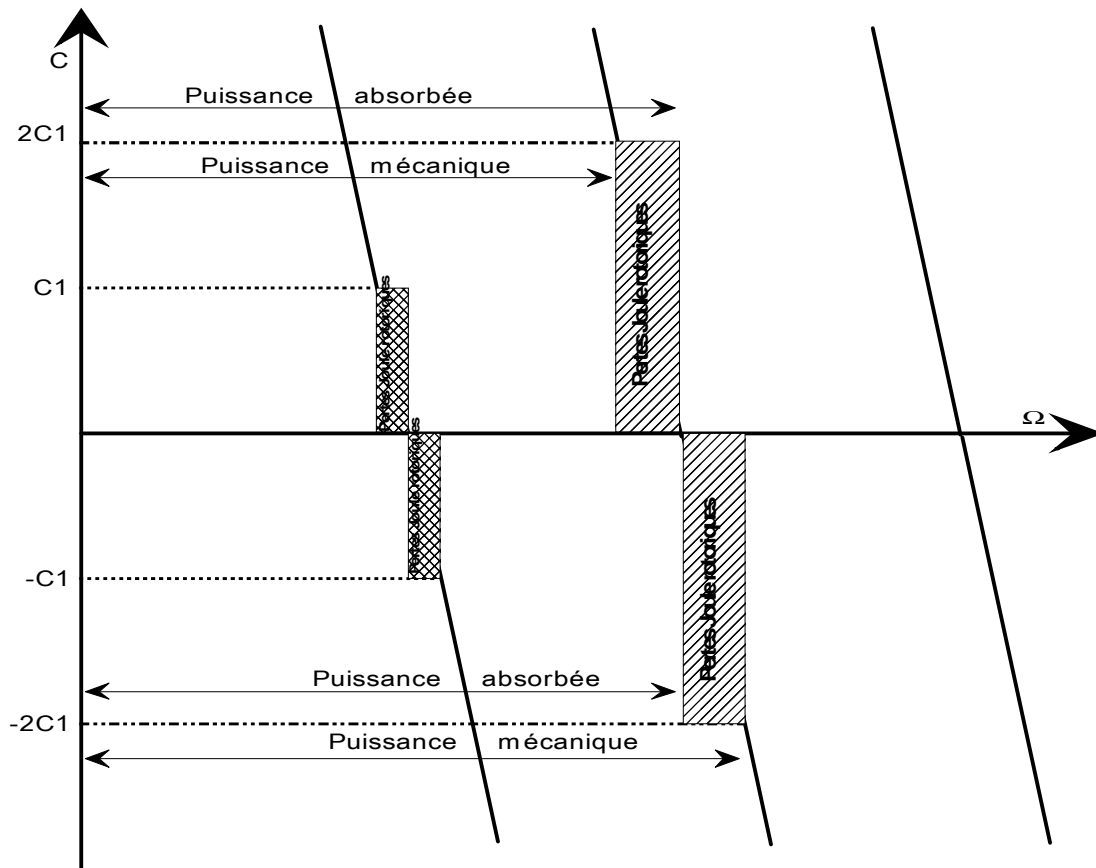
Soit $C = \frac{3 \cdot p \cdot V^2}{\omega_s^2} \cdot \frac{\omega_r \cdot R}{L^2 \omega_r^2 + R^2}$ si $L \omega_r^2 \llll R^2$ $C = \frac{3 \cdot p \cdot V^2}{\omega_s^2} \cdot \frac{\omega_r}{R}$

Ou $\omega_r = \frac{C \cdot \omega_s^2}{3 \cdot p \cdot V^2} \cdot R$; en remplaçant dans l'expression de P_{jr} : $P_{jr} = \frac{\omega_s^2 \cdot R}{3 \cdot V^2 \cdot p^2} C^2$

R, p et V/F étant constantes, on peut écrire que

$$P_{jr} = K C^2.$$

Les pertes Joule rotoriques sont proportionnelles au carré du couple développé par la machine.



3.6 Couple efficace C_{EFF} en régime intermittent, valeur numérique pour le cycle imposé

$$C_{Eff} = \sqrt{\frac{\sum C_i^2 \cdot t_i}{\sum t_i}}$$

Sur le cycle décrit nous avons :

Couple	1,42 C _N	0	-1,42 C _N	0
Durée	4 s	4 s	4 s	4 s

Le couple efficace vaut donc :

$$C_{Eff} = C_N \sqrt{\frac{(1,42)^2 \cdot 4 + 0 + (1,42)^2 \cdot 4 + 0}{16}} = C_N \sqrt{\frac{2 \cdot 4 + 0 + 2 \cdot 4 + 0}{16}} = C_N$$

3.7 Mode de refroidissement à mettre en œuvre.

Le moteur doit évacuer ses pertes nominales alors qu'il fonctionne à **vitesse variable**, il doit donc impérativement être **moto ventilé**.

4 TRAVAIL PÉDAGOGIQUE.

4.1 Calculs préliminaires.

4.1.1. En assimilant le tambour à un cylindre creux, calculer son moment d'inertie..

$$J = \frac{M_{\text{Totale}} \cdot R_{\text{Total}}^2}{2} - \frac{M_{\text{Intérieur}} \cdot R_{\text{Intérieur}}^2}{2} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot R_{\text{Tot}}^2 \cdot L \cdot R_{\text{Tot}}^2 - \rho \cdot \pi \cdot R_{\text{Int}}^2 \cdot L \cdot R_{\text{Int}}^2}{2} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot L}{2} (R_{\text{Tot}}^4 - R_{\text{Int}}^4)$$

$$\text{A.N. } J = \frac{7880 \cdot \pi \cdot 0,295}{2} ((0,1075)^4 - (0,0995)^4) = 0,127 \text{ kg m}^2$$

Remarque : Ce calcul peut être approché en prenant le rayon moyen. On trouve 0,129 kg m².

4.1.2. Masse équivalente vue de l'extrémité du câble côté tambour.

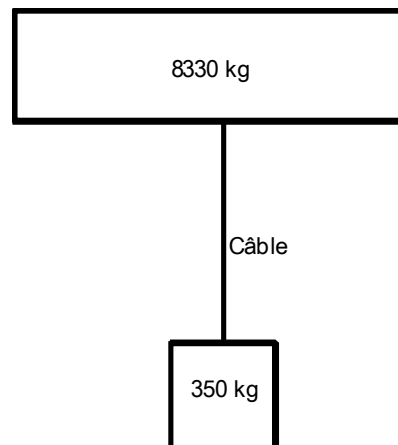
Sur l'axe du tambour, on voit à travers le réducteur : Le rotor du moteur, le disque du frein et le pignon rapide du réducteur. Le moment d'inertie total est donc :

$$(J_{\text{Rotor}} + J_{\text{Frein}} + J_{\text{Reducteur}}) (\text{Rapport de réduction})^2 + J_{\text{Tambour}}.$$

$$\text{A.N. } (6 \cdot 10^{-3} + 9,9 \cdot 10^{-3} + 0,1 \cdot 10^{-3}) \cdot (78,35)^2 + 0,127 = 98,35 \text{ kg m}^2$$

Pour le calcul de la masse équivalente, il suffit d'égaliser $\frac{1}{2} \cdot J \Omega^2$ et $\frac{1}{2} \cdot M_{\text{Equivalent}} \cdot V^2$.

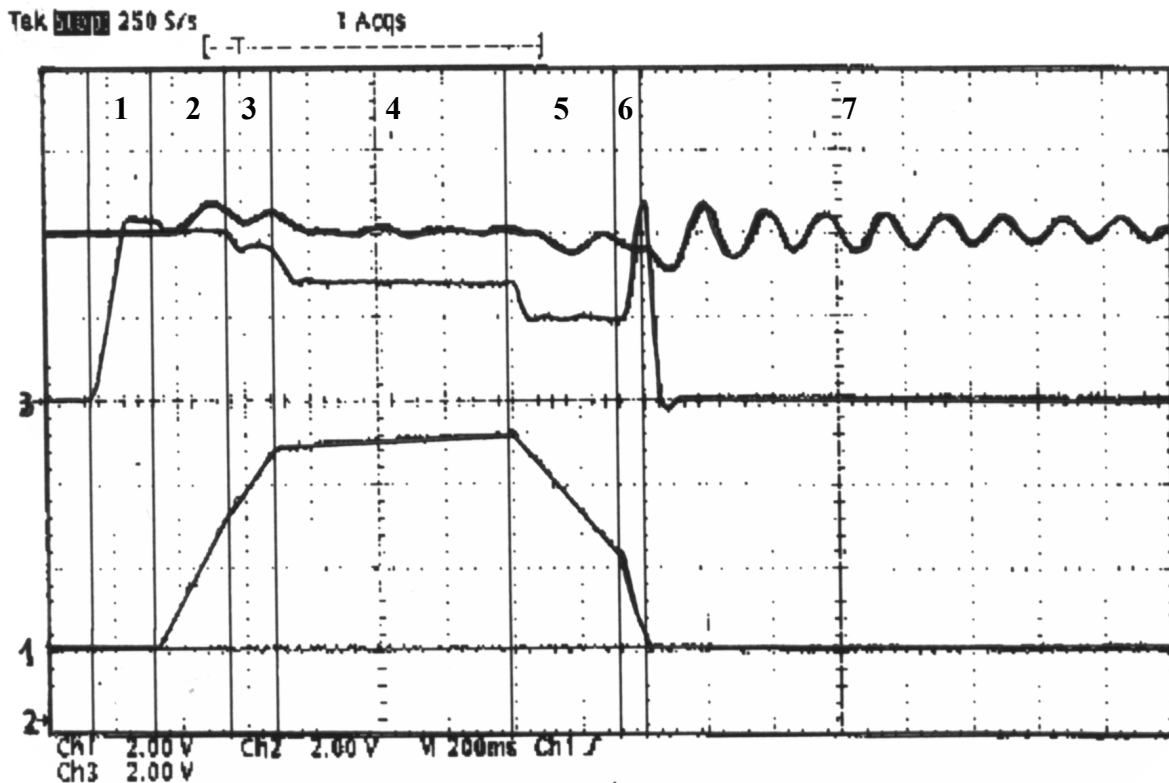
Cela donne une masse équivalente de 8330 kg. Cette masse est très grande devant la masse suspendue m.



La résonance aura pratiquement la même fréquence que si le câble était fixé à un support rigide par rapport à la terre (support de masse infinie).

$$F_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Avec } k = 6 \cdot 53,33 \cdot 10^3 \text{ soit } 320 \cdot 10^3 \quad F_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{320000}{350}} = 4,8 \text{ Hz.}$$

4.2 Exploitation pédagogique.



Ch 1 : Image de la vitesse du moteur.

6 mV/tr/min.

Ch 2 : Image de la traction du câble.

300 N/V

Ch 3 : Image du courant moyen dans l'induit du moteur.

1 A/V.

L'exploitation pédagogique est focalisée sur l'étude de relevés expérimentaux. Il faut donc sensibiliser les étudiants au **choix** et à la **qualité** des relevés. Il est à remarquer que bien souvent la tendance est à l'accumulation des courbes au détriment de leur pertinence.

Cette étude montre qu'un seul essai permet d'identifier correctement le système. Si quelques points restent à éclaircir ou à affiner, il est possible de cibler un ou des essais complémentaires.

On donne aux étudiants les caractéristiques du moteur (**constante de couple**, $k_t = 2,34$ Nm/A en particulier), et une information sur le comportement élastique du câble.

Analyse des relevés et interprétation zone par zone. A priori, le gabarit de la vitesse (dont nous avons l'image par la tension tachymétrique) conduit à scinder le relevé en **7 zones**.

Zone 1 : La rampe de consigne vitesse est lancée mais le frein reste bloqué pendant 200 ms : le courant s'établit dans le moteur et se stabilise aux environs de 4 A.

- La traction sur le câble est constante et vaut : $5,8 \cdot 2 \cdot 300 = 3480$ N.
- La butée courant du variateur est réglée à 4 A (le temps de montée est certainement dû au filtrage de l'information courant et n'est donc pas significatif),
- La masse suspendue est : $3480 / 9,81 = 355$ kg
- Le temps total d'ouverture de frein est de 0,2 s

Zone 2 : Déblocage du frein et mise en vitesse, le courant reste sur sa butée de 4 A et ne présente aucune oscillation. La traction augmente et présente une oscillation à environ 5 Hz . On peut estimer sa valeur moyenne à : $6 \cdot 2 \cdot 300 = 3600 \text{ N}$.

- L'accélération du moteur se déduit facilement du relevé tachymétrique :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{14,8 \cdot 0,105}{0,88 \cdot 0,006} = 278,5 \text{ rad} / \text{s}^2$$

- Accélération angulaire du moteur : $278,5 \text{ rd/s}^2$

- Accélération de la masse : $\gamma = (3600 - 3480) / 350 = 0,345 \text{ m} / \text{s}^2$

- La comparaison de ces deux accélérations permet de confirmer la conversion couple / force du système : $278,5 / 0,345 = 807 \text{ Nm/N}$

- Confirmation de la butée courant : 4 A

- Fréquence d'oscillation du câble : 5Hz

Zone 3 : L'accélération du moteur est réduite, la valeur moyenne du courant diminue (3,6 A) et reflète les oscillation du câble. Le courant n'est donc plus limité par la butée et le variateur retrouve la rampe de vitesse lancée au début du démarrage. La valeur de la traction présente une légère diminution.

- Rampe imposée par le variateur : $\frac{14 \cdot 0,105}{13 \cdot 0,006} = 187,25 \text{ rd} / \text{s}^2$

Zone 4 : La vitesse est quasi stabilisée. La traction retrouve sa valeur moyenne de 3480 N. Le courant se stabilise à 2,8 A..

- Le couple rapporté au moteur vaut : $3480 / 807 = 4,31 \text{ Nm}$

- Le couple moteur : $2,8 \cdot 2,34 = 6,5 \text{ Nm}$

- La différence, de 2,2 Nm, représente le couple total de perte (frottements secs).

Zone 5 : La rampe de décroissance de la vitesse est lancée. Nous retrouvons la même pente (en valeur absolue) que celle de la zone 3. On remarque aussi que le courant diminue pour se stabiliser à 2,1 A. La tension du câble est aussi plus faible.

- La connaissance de la constante de couple du moteur permet de déduire l'inertie

$$\text{rapportée à l'arbre moteur : } J_t = \frac{k_t \cdot \Delta i \cdot dt}{d\Omega} = \frac{2,34 \cdot 0,7}{187,25} = 0,0087 \text{ kg.m}^2$$

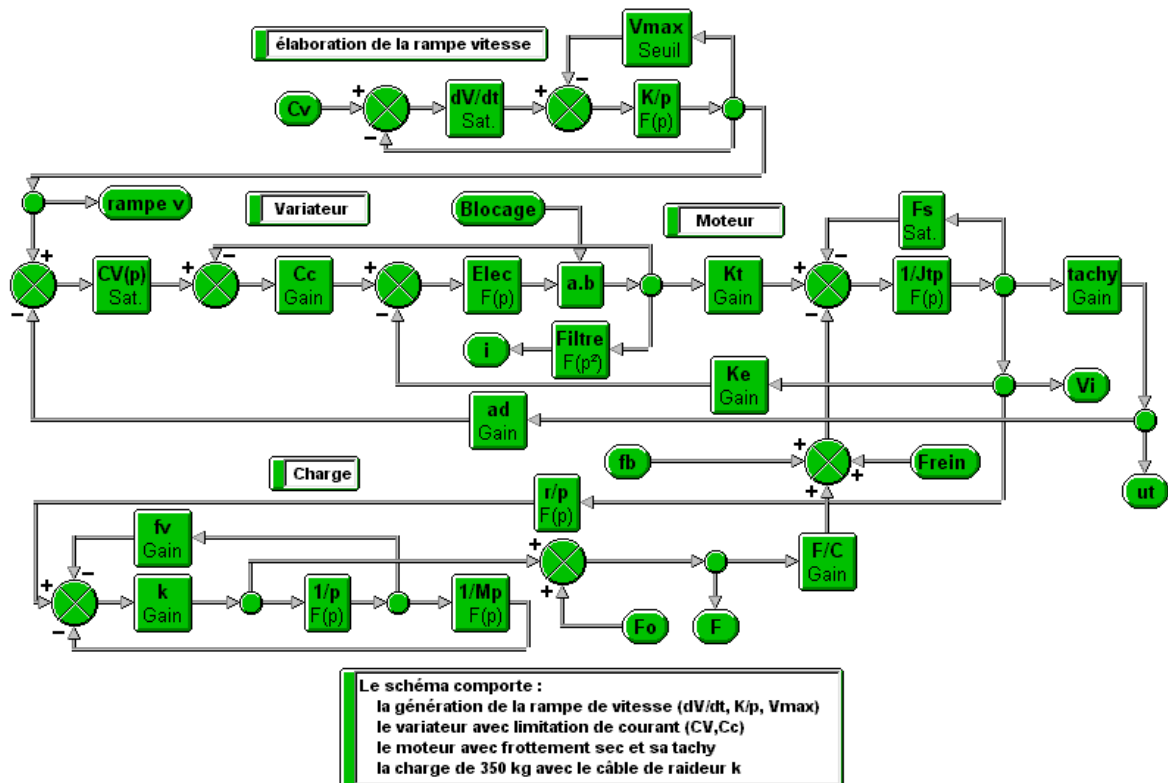
Zone 6 : Au-dessous d'un seuil, de l'ordre de 300 tr/min, le frein retombe et bloque brusquement le système. Le courant remonte alors brusquement à sa valeur butée de 4 A. La décroissance rapide de la vitesse est une indication de l'efficacité du freinage.

Zone 7 : La vitesse étant nulle, le variateur se bloque, le courant décroît jusqu'à son annulation. Le câble fortement sollicité (échelon de traction) oscille à sa fréquence propre de 5 Hz. On peut remarquer le faible amortissement de celle-ci (de l'ordre de 0,1).

Les **caractéristiques du moteur étant données** en annexe, nous nous sommes attachés à **modéliser la rampe de vitesse, la butée de courant** ainsi que la **charge son câble et les frottements**.

Pour confirmer la validité de cette analyse qui permet l'identification de certains éléments, nous proposons un schéma de simulation et nous comparons les résultats obtenus aux relevé réel.

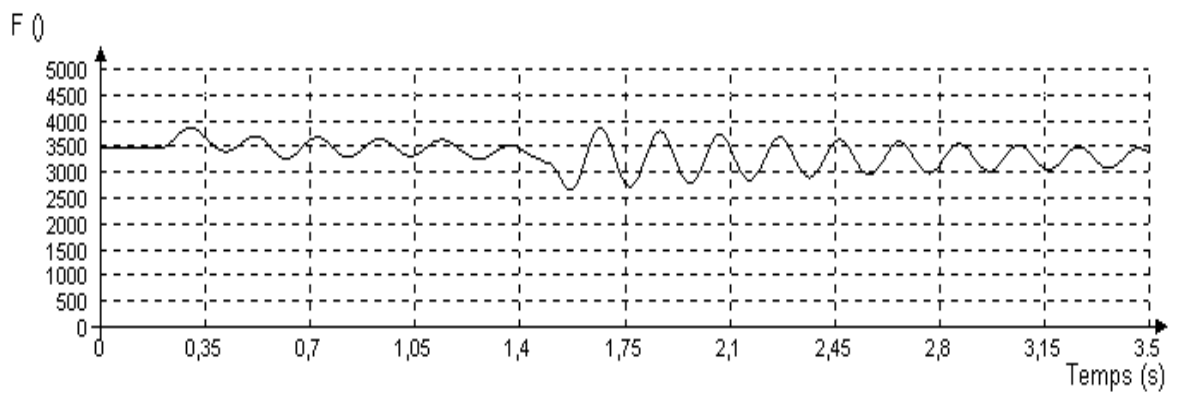
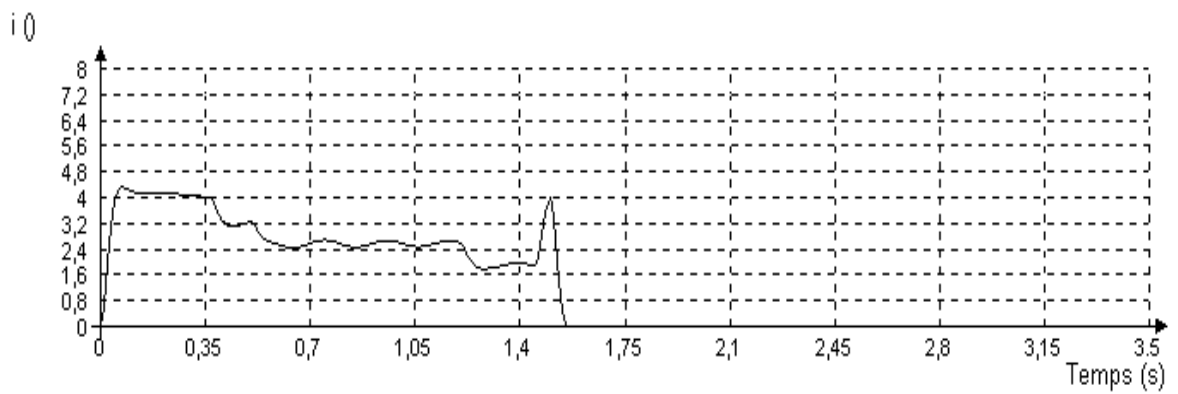
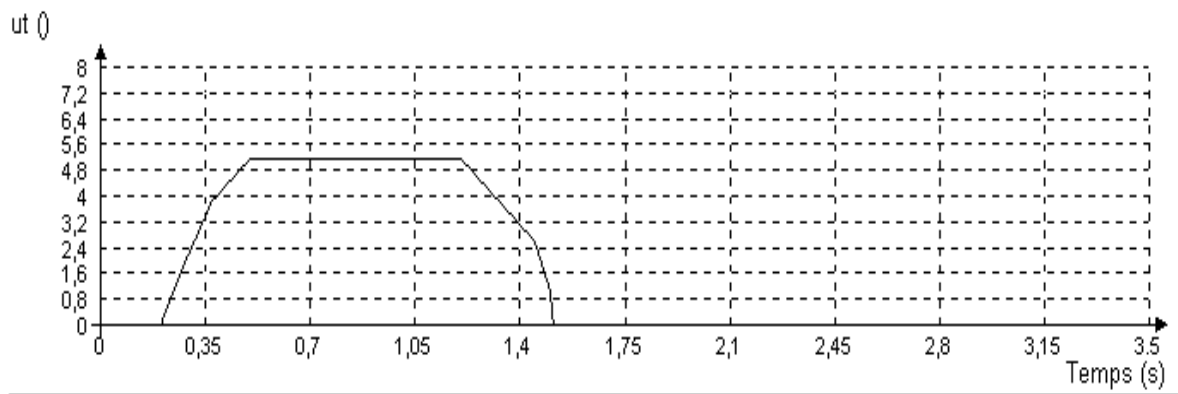
Schéma de simulation proposé



Paramètres de la simulation

N°	Nom	Classe	Type	Paramètres
1	Cv	Liaison	Var. Entrée	Echelon () A = 5 ; Vo = 0 ; R = 0 ; D = 1,2
2	K/p	Temporel	F(p)	G = 20 ; kn = 1 ; Tn = 0 ; kd = 0 ; Td = 1
6	Vmax	Amplitude	Seuil	Gain = 1E3 ; Seuil + = 5 ; Seuil - = -5
7	dV/dt	Amplitude	Sat.	Gain = 100 ; Sat + = 0,5 ; Sat - = -0,5
11	k	Amplitude	Gain	Gain = 3,2E5
17	1/p	Temporel	F(p)	G = -1 ; kn = 1 ; Tn = 0 ; kd = 0 ; Td = 1
12	1/Mp	Temporel	F(p)	G = -1 ; kn = 1 ; Tn = 0 ; kd = 0 ; Td = 350
19	fv	Amplitude	Gain	Gain = -4E-6
26	Elec	Temporel	F(p)	G = 0,0667 ; kn = 1 ; Tn = 0 ; kd = 1 ; Td = 0,0087
30	1/Jtp	Temporel	F(p)	G = 1 ; kn = 1 ; Tn = 0 ; kd = 0 ; Td = 0,008
33	Ke	Amplitude	Gain	Gain = 2,34
35	r/p	Temporel	F(p)	G = 0,00138 ; kn = 1 ; Tn = 0 ; kd = 0 ; Td = 1
38	tachy	Amplitude	Gain	Gain = 0,0571
40	ad	Amplitude	Gain	Gain = 0,96
43	CV(p)	Amplitude	Sat.	Gain = 100 ; Sat + = 4,2 ; Sat - = -4
44	Frein	Liaison	Var. Entrée	Echelon () A = 4,26 ; Vo = 0 ; R = 0 ; D = 0,2
32	Fs	Amplitude	Sat.	Gain = 1E5 ; Sat + = 1,2 ; Sat - = -1,2
14	F/C	Amplitude	Gain	Gain = 0,00138
24	Cc	Amplitude	Gain	Gain = 1E3
50	fb	Liaison	Var. Entrée	Echelon () A = 8 ; Vo = 0 ; R = 1,45 ; D = 0,1
52	Blocage	Liaison	Var. Entrée	Echelon () A = 1 ; Vo = 0 ; R = 0 ; D = 1,5
51	Kt	Amplitude	Gain	Gain = 2,34
18	Filtre	Temporel	F(p ²)	G = 1 ; kn = 1 ; Tn = 0 ; zn = 0 ; kd = 1 ; Td = 0,016 ; zd = 0,707
47	Fo	Liaison	Var. Entrée	Echelon () A = 3,48E3 ; Vo = 0 ; R = 0 ; D = 5

Résultats de la simulation



u_t : tension tachymétrique, i : courant moteur, F : force appliquée au câble

Les résultats de simulation, obtenus à partir des éléments déterminés ci avant sont très proches des relevés expérimentaux.

La démarche consistant à faire identifier un système permet aux étudiants de se l'approprier à un niveau autre que celui qui est visé lors de la préparation du baccalauréat. La construction, avec leur enseignant, du modèle de simulation concrétise ce travail d'identification. Les acquis méthodologiques sont aisément transférables sur les autres systèmes.

La recherche d'une meilleure concordance permettrait, si besoin, d'affiner encore le modèle.

Remarque : Les valeurs obtenues ne correspondent pas exactement à celles données, en particulier pour ce qui concerne l'inertie ramenée à l'arbre du moteur. Les valeurs données pour le moteur et pour le frein ont été surévaluées (d'un facteur compris entre 1,5 pour le moteur et 2 pour le frein).