

CORRIGE

OPERA THEATRE DE NANCY

ECLAIRAGE ET FORCE MOTRICE

AGREGATION INTERNE DE GENIE ELECTRIQUE

EPREUVE
D'ELECTROTECHNIQUE
ET
D'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

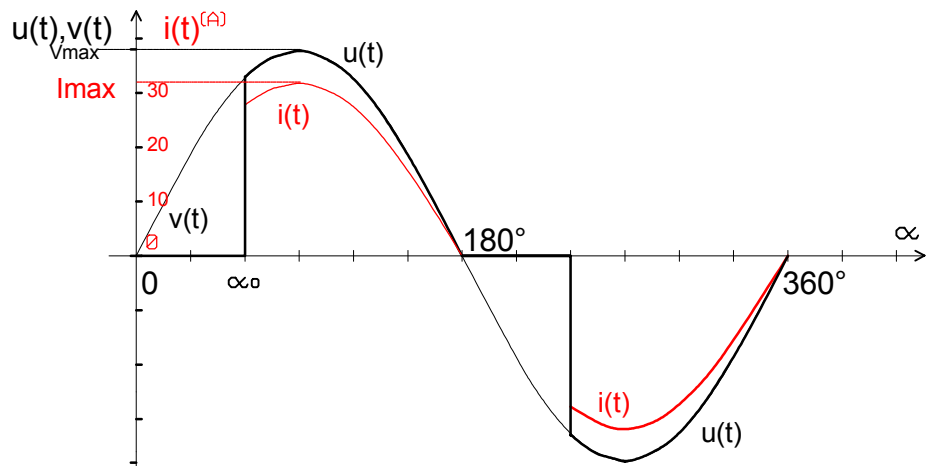
Durée 8 heures

Première partie

I. Etude en courant monophasé d'un projecteur alimenté par un gradateur de tension.

I.A. Source d'alimentation parfaite.

I.A.1.1 Formes d'ondes des grandeurs électriques $i(t)$ et $u(t)$ pour $\alpha_0 = 60^\circ$.



I.A.1.2 Expression du courant efficace. $I_{\text{EFF}} = \frac{V_{\text{MAX}}}{\sqrt{2} \cdot R} \sqrt{\frac{2\pi - 2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0}{2\pi}}$

I.A.1.3 Valeur efficace du courant et puissance électrique absorbée par la lampe.

$I_{\text{MAX}}=30,743773 \text{ A}$			Angle de retard α_0				
			0°	30°	90°	120°	180°
I.A.3	Intensité efficace de $i(t)$	$I_{\text{EFF}} \text{ (A)}$	21,74	21,42	15,37	9,61	0
	Puissance active	$P \text{ (W)}$	5000	4856	2500	978	0

I.A.2. Etude harmonique du courant $i(t)$.

I.A.2.1 Décomposition en série de Fourier du signal $i(\alpha)=f(\alpha_0)$. ($\alpha = \omega t$)

$$A_n = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\alpha) \cdot \cos n\alpha \cdot d\alpha \quad \text{et} \quad B_n = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\alpha) \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha$$

$$i(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cdot \cos n\alpha + B_n \cdot \sin n\alpha) \quad \text{avec} \quad \alpha = \omega t \quad \text{et} \quad \omega T = 2\pi$$

L'amplitude de l'harmonique de rang n est $C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ et la valeur efficace

$$I_{Hn} = \frac{C_n}{\sqrt{2}}$$

Résultats pour n=1

Principe : $A1 = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi} I_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0+\pi}^{2\pi} I_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha$

$$B1 = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi} I_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0+\pi}^{2\pi} I_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

Résultat : $A1 = \frac{V_{MAX}}{R} \cdot \frac{\cos 2\alpha_0 - 1}{2\pi}$ $B1 = \frac{V_{MAX}}{R} \left(1 - \frac{\alpha_0}{\pi} - \frac{\sin 2\alpha_0}{2\pi} \right)$

Résultats pour n>1

Calcul des An

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi} I_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot \cos n\alpha \cdot d\alpha + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0+\pi}^{2\pi} I_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot \cos n\alpha \cdot d\alpha$$

$$A_n = \frac{I_{MAX}}{2\pi} \left[\int_{\alpha_0}^{\pi} [\sin(n+1)\alpha - \sin(n-1)\alpha] \cdot d\alpha + \int_{\alpha_0+\pi}^{2\pi} [\sin(n+1)\alpha - \sin(n-1)\alpha] \cdot d\alpha \right]$$

$$A_n = \frac{I_{MAX}}{2\pi} \left[\left(\frac{-\cos(n+1)\alpha}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\alpha}{n-1} \right) \right]_{\alpha_0}^{\pi} + \left[\left(\frac{-\cos(n+1)\alpha}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\alpha}{n-1} \right) \right]_{\alpha_0+\pi}^{2\pi}$$

$$A_n = \frac{I_{MAX}}{2\pi} \left[\left(\frac{-\cos(n+1)\pi}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\pi}{n-1} \right) - \left(\frac{-\cos(n+1)\alpha_0}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\alpha_0}{n-1} \right) + \left(\frac{-\cos(n+1)2\pi}{n+1} + \frac{\cos(n-1)2\pi}{n-1} \right) - \left(\frac{-\cos(n+1)(\alpha_0+\pi)}{n+1} + \frac{\cos(n-1)(\alpha_0+\pi)}{n-1} \right) \right]$$

$A_n=0$ pour les harmoniques de rang n pairs. Pour les rangs impairs :

$$A_n = \frac{I_{MAX}}{2\pi} \left[\left(\frac{-1}{n+1} + \frac{1}{n-1} \right) - \left(\frac{-\cos(n+1)\alpha_0}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\alpha_0}{n-1} \right) + \left(\frac{-1}{n+1} + \frac{1}{n-1} \right) - \left(\frac{-\cos(n+1)(\alpha_0)}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\alpha_0}{n-1} \right) \right]$$

$A_n = \frac{V_{MAX}}{\pi \cdot R} \left[\frac{\cos(n+1)\alpha_0 - 1}{n+1} - \frac{1 - \cos(n-1)\alpha_0}{n-1} \right]$
--

Calcul des Bn

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi} I_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0+\pi}^{2\pi} I_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha$$

$$B_n = \frac{I_{MAX}}{2\pi} \left[\int_{\alpha_0}^{\pi} [\cos(n-1)\alpha - \cos(n+1)\alpha] \cdot d\alpha + \int_{\alpha_0+\pi}^{2\pi} [\cos(n-1)\alpha - \cos(n+1)\alpha] \cdot d\alpha \right]$$

$$B_n = \frac{I_{MAX}}{2\pi} \left[\left(\frac{\sin(n-1)\alpha}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} \right) \right]_{\alpha_0}^{\pi} + \left[\left(\frac{\sin(n-1)\alpha}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} \right) \right]_{\alpha_0+\pi}^{2\pi}$$

$$B_n = \frac{I_{MAX}}{2\pi} \left[\left(\frac{\sin(n-1)\pi}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\pi}{n+1} \right) - \left(\frac{\sin(n-1)\alpha\omega}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\alpha\omega}{n+1} \right) + \right. \\ \left. \left(\frac{\sin(n-1)2\pi}{n-1} - \frac{\sin(n+1)2\pi}{n+1} \right) - \left(\frac{\sin(n-1)(\alpha\omega + \pi)}{n-1} - \frac{\sin(n+1)(\alpha\omega + \pi)}{n+1} \right) \right]$$

$B_n=0$ pour les harmoniques de rang n pairs. Pour les rangs impairs :

$$B_n = \frac{I_{MAX}}{2\pi} \left[\left(\frac{0}{n-1} - \frac{0}{n+1} \right) - \left(\frac{-\sin(n-1)\alpha\omega}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\alpha\omega}{n+1} \right) + \right. \\ \left. \left(\frac{0}{n-1} + \frac{0}{n+1} \right) - \left(\frac{-\sin(n-1)\alpha\omega}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\alpha\omega}{n+1} \right) \right]$$

$$B_n = \frac{V_{MAX}}{\pi \cdot R} \left[\frac{\sin(n+1)\alpha\omega}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\alpha\omega}{n-1} \right]$$

I.A.2.2 Valeur efficace des harmoniques de courant. $I_{Hn} = \frac{\sqrt{An^2 + Bn^2}}{\sqrt{2}}$

$I_{max} (A) = 30,74$			$a = 90^\circ$			
	n=1	n=3	n=5	n=7	n=9	n=11
A_n	-9,79	9,79	-3,26	3,26	-1,96	1,96
B_n	15,37	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$I_{Hn} (A)$	12,89	6,92	2,31	2,31	1,38	1,38

I.A.2.3 La puissance dissipée dans le projecteur s'écrit

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_{MAX} \cdot \sin \alpha \cdot i(\alpha) \cdot d\alpha \quad \text{et} \quad B_1 = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

On en déduit : $P = \frac{V_{MAX} \cdot B_1}{2}$ (Premier harmonique)

I.A.2.4 Calculer la puissance réactive fournie par l'alimentation pour les valeurs $\alpha \in \{0^\circ, 30^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ\}$.

$$Q_A = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_{MAX} \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot i(\alpha) \cdot d\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_{MAX} \cdot [-\cos(\alpha)] \cdot i(\alpha) \cdot d\alpha$$

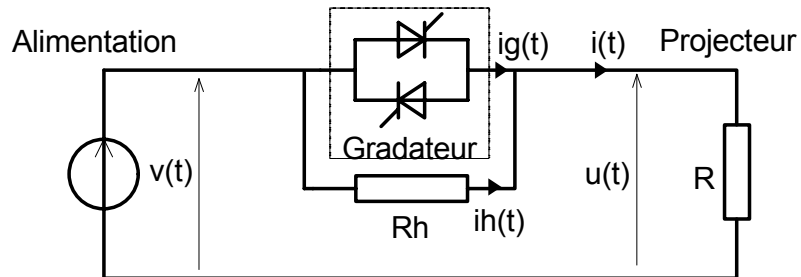
D'autre part : $A_1 = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\alpha) \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha$, donc $Q_A = -\frac{V_{MAX} A_1}{2}$ (VAR)

$a (^\circ)$	0	30	90	120	180
$A_1 (A)$	0,00	-2,45	-9,79	-7,34	0,00
$Q_A (VAR)$	0,00	397,89	1591,55	1193,66	0,00

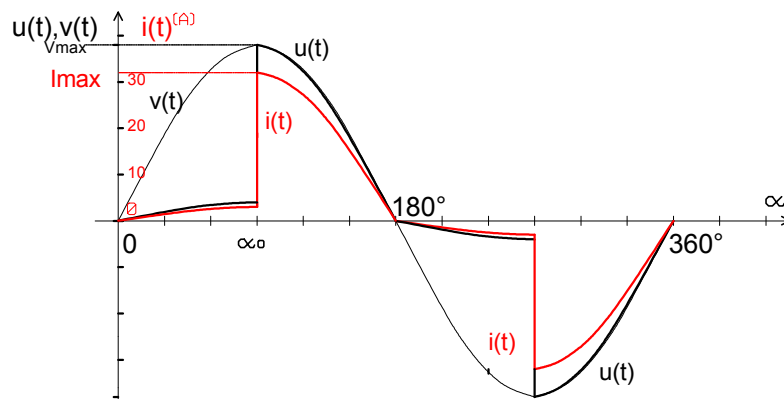
I.A.2.5 Pour quelle valeur de α , la valeur de la puissance réactive est-elle maximale ?

Pour le minimum de la fonction $A1 = \frac{V_{MAX}}{2\pi R} (\cos 2\alpha - 1)$ c'est à dire pour $\alpha = 90^\circ$

I.A.3. Les chocs thermiques



I.A.3.1 Donner la forme de $u(t)$ et $i(t)$ pour $\alpha = 90^\circ$.



La puissance instantanée fournie par la source est notée $p_A(t)$

De $t = 0$ à $t_0 = \frac{\alpha_0}{\omega}$ le courant fourni par la source est $i_h(t) = \frac{V_{MAX}}{R + R_h} \cdot \sin \omega t$; $p_A(t) = (R + R_h) \cdot [i_h(t)]^2$

De $t = t_0$ à $t = T/2$ le courant fourni par la source est $i_g(t) = \frac{V_{MAX}}{R} \cdot \sin \omega t$; $p_A(t) = R \cdot [i_g(t)]^2$

La définition de la puissance moyenne permet d'établir :

$P_A = (R + R_f) \cdot I_{h_{EFF}}^2 + R I_{g_{EFF}}^2$ où $I_{h_{EFF}}$ et $I_{g_{EFF}}$ sont les valeurs efficaces de $i_h(t)$ et de $i_g(t)$.

Le courant $i_g(t)$ est le même que le courant $i(t)$ dans les questions précédentes. Compte tenu que le courant $i_h(t)$ ne dure qu'une demi-période sa valeur efficace vaut $\sqrt{2}$ fois moins que celle de la pleine onde :

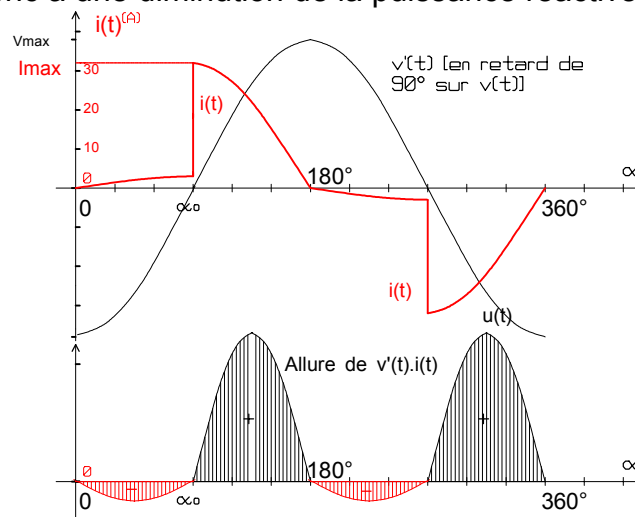
$$I_{h_{EFF}} = \frac{V_{EFF}}{(R + R_h)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{230}{(10,58 + 100) \cdot \sqrt{2}} = 1,47 \text{ A}$$

$$P_A = (10,58 + 100) \times 1,47^2 + 10,58 \times 15,37^2 = 239 + 2500 = 2739 \text{ W}$$

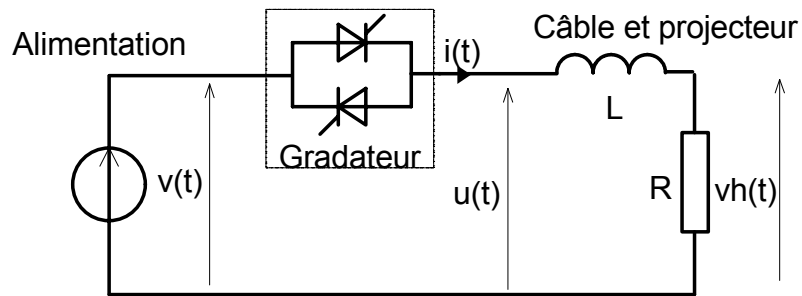
. Résultat : $P_A = 2729 \text{ W}$

I.A.3.2 Montrer que la puissance réactive a diminué.

La puissance réactive correspond aux surfaces hachurées sur le graphique suivant. Les zones noires correspondent à l'absence de préchauffage, et les zones rouges à l'utilisation du préchauffage. Les zones rouges, comptées négativement correspondent donc à une diminution de la puissance réactive moyenne.



I.B. La charge est inductive.



I.B.1. Expression du courant $i(t)$.

La résolution de l'équation $R \cdot i(t) + \frac{L di(t)}{dt} = V_{MAX} \cdot \sin \omega t$ conduit à une expression de $i(\alpha)$ contenant la solution en régime permanent :

$$i_p(\alpha) = \frac{V_{MAX}}{Z} \cdot \sin(\omega t - \varphi) \quad \text{où } \underline{Z} = R + jL\omega = Z \cdot e^{j\varphi} \text{ et un terme transitoire de la}$$

forme $i(t) = I_t \cdot e^{-\frac{Rt}{L}}$. Les conditions initiales permettent d'établir la constante d'intégration I_t . Le résultat est :

$$i(t) = \frac{V_{MAX}}{Z} \cdot \left[\sin(\omega t - \varphi) - \sin(\alpha_0 - \varphi) e^{-\frac{\omega t - \alpha_0}{Q}} \right] \quad \text{ou} \quad i(\alpha) = \frac{V_{MAX}}{Z} \cdot \left[\sin(\alpha - \varphi) - \sin(\alpha_0 - \varphi) e^{-\frac{\alpha - \alpha_0}{Q}} \right]$$

L'intensité s'annule pour $\sin(\alpha_1 - \varphi) = \sin(\alpha_0 - \varphi) e^{-\frac{\alpha_1 - \alpha_0}{Q}}$

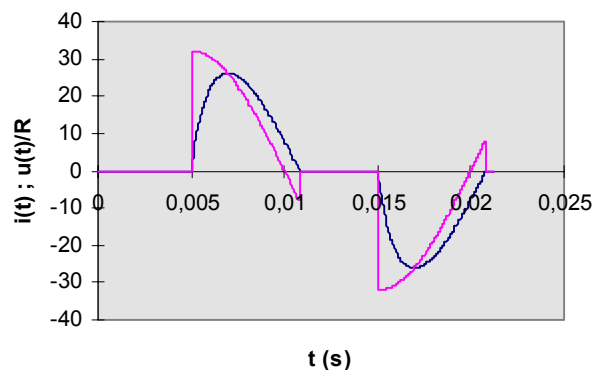
I.B.2. Donner les formes d'ondes des grandeurs électriques $i(t)$ et $u(t)$.

Trois cas se présentent

a) $\alpha_0 > \varphi$

$\sin(\alpha_0 - \varphi) > 0$ donc $\sin(\alpha_1 - \varphi) > 0$ et $\alpha_1 - \varphi < \pi$

d'où $\alpha_1 < \pi + \varphi < \pi + \alpha_0$. Le thyristor qui conduit s'éteint avant que l'autre reçoive une impulsion de commande. Pour $\alpha_0 = 90^\circ$ l'allure est :

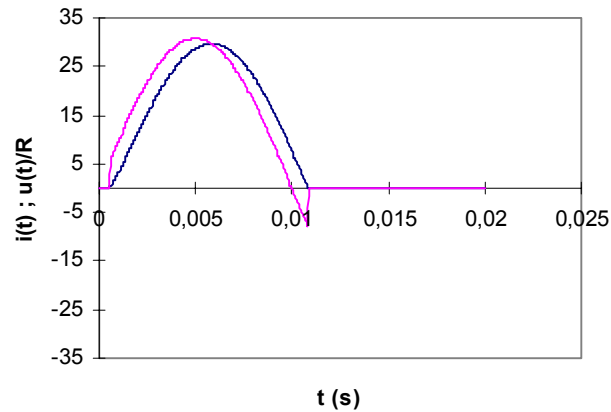


b) $\alpha_0 < \varphi$

$\sin(\alpha_0 - \varphi) < 0$ donc $\sin(\alpha_1 - \varphi) < 0$ et $\alpha_1 - \varphi > \pi$

d'où $\alpha_1 > \pi + \varphi > \pi + \alpha_0$. Le thyristor qui conduit est encore conducteur au moment où le second reçoit une impulsion de commande. Si le signal de commande se réduit à une seule impulsion, le second thyristor ne s'amorce pas et on réalise une tension redressée.

Pour $\alpha_0 = 10^\circ$ l'allure est



c) $\alpha_0 = \varphi$ Le courant est sinusoïdal.

I.B.3. L'intensité s'annule pour :

$$\sin(\alpha_1 - \varphi) = \sin(\alpha_0 - \varphi) e^{-\frac{\alpha_0 - \alpha_1}{Q}} \quad \text{soit}$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 - \tan \varphi \cdot \ln \frac{\sin(\alpha_1 - \varphi)}{\sin(\alpha_0 - \varphi)}$$

I.C. Protection des composants

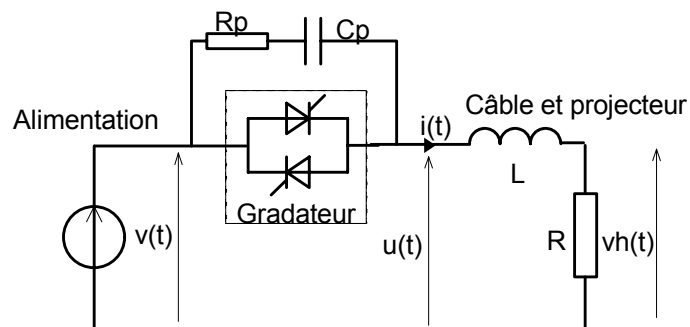


Figure 4

I.C.1. $\alpha\omega = \varphi$ donc le courant est sinusoïdal. $I_{EFF} = \frac{V_{EFF}}{L\omega}$

I.C.2. A la coupure du courant $i(t)$ et pendant l'alternance positive du réseau, la tension du réseau est V_{MAX} pour une charge purement inductive. Comme $\omega\omega \ll \omega$, la tension du réseau peut être considérée comme constante durant le phénomène transitoire. En prenant le moment de la coupure comme origine des temps, la tension aux bornes du condensateur est

$$vc(t) = V_{MAX} \left[1 - \frac{1}{\sin\theta} e^{-m\omega t} \cdot \sin(\omega p \cdot t + \theta) \right] \quad \text{avec} \quad \omega p = \omega\omega \sqrt{1-m^2}$$

$$\theta = \text{Arc tan} \frac{\sqrt{1-m^2}}{m}$$

I.C.3. Pour $m=0$ $R_p=0$ et $vc(t)=vg(t)$ il vient :

$$vc(t) = V_{MAX} \left[1 - \sin\left(\omega\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \right] = V_{MAX} [1 - \cos(\omega\omega \cdot t)]$$

$$\frac{dvc(t)}{dt} = V_{MAX} \cdot \omega\omega \cdot \sin(\omega\omega \cdot t) \quad \text{et} \quad \left[\frac{dvc(t)}{dt} \right]_{(max)} = V_{MAX} \cdot \omega\omega = V_{MAX} \cdot \frac{1}{\sqrt{L \cdot Cp}}$$

$$\text{d'où : } Cp = \frac{V_{(max)}^2}{L \left[\left(\frac{dvg}{dt} \right)_{(max)} \right]^2}$$

I.C.4. L'expression de $vc(t)$ permet d'écrire :

$$\frac{V_{max}}{vc(t) - V_{max}} = \frac{V_{max}}{V_{max} \cdot e^{-m\omega\omega \cdot t} \cdot \sin(\omega p \cdot t + \theta)}$$

Au maximum de $vc(t)$, le courant est nul donc $vc(t)=vg(t)$. La tension $vc(t)$ est maximale pour sensiblement $\omega p \cdot t \approx \omega\omega \cdot t = \pi$:

$$\frac{V_{max}}{Vg_{MAX} - V_{max}} = \frac{1}{-e^{-m\omega\omega \cdot t} \cdot \sin(\omega p \cdot t + \theta)} = \frac{1}{-e^{-m\pi} \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1}{e^{-\frac{\pi}{2Q}}}$$

ce qui conduit à l'expression : $\ln \frac{V_{max}}{vc(t) - V_{max}} = \frac{Rp \cdot Cp \cdot \omega\omega \cdot \pi}{2}$ Sachant que $\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot Cp}$, on

trouve après simplification :

$$Rp_{MAX} = 1,465 \cdot \sqrt{\frac{L}{Cp}} \log_{10} \frac{V_{max}}{Vg_{max} - V_{max}}$$

I.C.5. Sachant que $Cp = \frac{V_{(max)}^2}{L \left[\left(\frac{dvg}{dt} \right)_{(max)} \right]^2}$ et que $I_{EFF} = \frac{V_{EFF}}{L\omega}$ on

obtient :

$$C_p = \frac{V_{(max)}^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \omega \cdot I_{EFF}}{V_{(max)} \left[\left(\frac{dvg}{dt} \right)_{(max)} \right]^2} = \frac{V_{(max)}^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \omega \cdot I_{EFF}}{\left[\left(\frac{dvg}{dt} \right)_{(max)} \right]^2} = \frac{230 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot I_{EFF}}{\left[\left(\frac{dvg}{dt} \right)_{(max)} \right]^2} = \frac{0,1445 \cdot 10^6}{\left[\left(\frac{dvg}{dt} \right)_{(max)} \right]^2}$$

$$C_{p_{\mu F}} = \frac{.10^6 \cdot 0,1445 \cdot 10^6 \cdot I_{EFF}}{\left[\left(\frac{dvg}{dt} \right)_{(\mu s/V)} \cdot 10^{-6} \right]^2} = \frac{0,1445 \cdot I_{EFF}}{\left[\left(\frac{dvg}{dt} \right)_{(\mu s/V)} \right]^2}$$

$$R_p = 1,465 \cdot \sqrt{\frac{V_{MAX} / \sqrt{2}}{\omega \cdot I_{EFF} \cdot C_p}} \log_{10} \frac{100}{15} = 1,465 \cdot \sqrt{\frac{230 \cdot}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot C_p \cdot I_{EFF}}} \log_{10} \frac{100}{15} = 1,465 \cdot \frac{0,85563}{\sqrt{C_p \cdot I_{EFF}}} \log_{10} \frac{100}{15}$$

$$R_p = 1,465 \cdot \frac{0,7003}{\sqrt{C_p \cdot I_{EFF}}} \log_{10} \frac{100}{15} = \frac{1,032}{\sqrt{C_{p(\mu F)} \cdot 10^{-6} \cdot I_{EFF}}} \quad R_{p_{MAX}} = \frac{1032}{\sqrt{C_{p(\mu F)} \cdot I_{EFF}}}$$

Résultats numériques :

$$C_{p_{\mu F}} = \frac{0,1445 \cdot 20}{\left[(5) \right]^2} = 0,115 \mu F :$$

$$R_{p_{MAX}} = \frac{1032}{\sqrt{0,115 \cdot 20}} = 678 \Omega$$

Deuxième partie

II. Etude du transformateur de distribution.

II.A. Système équilibré linéaire.

II.A.1. Modélisation de la distribution ramenée au jeu de barres

II.A.1.1. Modèle de Kapp du transformateur Tc.

$$I_{2N} = \frac{800 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 1154 \text{ A} ; P_{cc} = \frac{1,5}{100} \cdot 800 \cdot 10^3 = 12000 \text{ W} ; R_s = \frac{12 \cdot 10^3}{3 \cdot 1154^2} = 3 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$Z_s \cdot I_{2N} = U_{cc} \% \cdot V_{20} ; Z_s = \frac{V_{cc} \% \cdot V_{20}}{S / 3 \cdot V_{20}} = \frac{U_{cc} \% \cdot U_{20}^2}{S} ; Z_s = \frac{4,8}{100} \cdot \frac{400^2}{800 \cdot 10^3} = 9,6 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$X_s = \sqrt{9,6^2 - 3^2} = 9,11 \text{ m}\Omega \quad \boxed{R_s = 3 \text{ m}\Omega} \quad \boxed{X_s = L_s \cdot \omega = 9,11 \text{ m}\Omega} \quad \boxed{L_s = 29 \mu\text{H}}$$

II.A.1.2. Calcul de l'impédance du réseau E.D.F ramené au secondaire de Tc.

Pour le transformateur Ts :

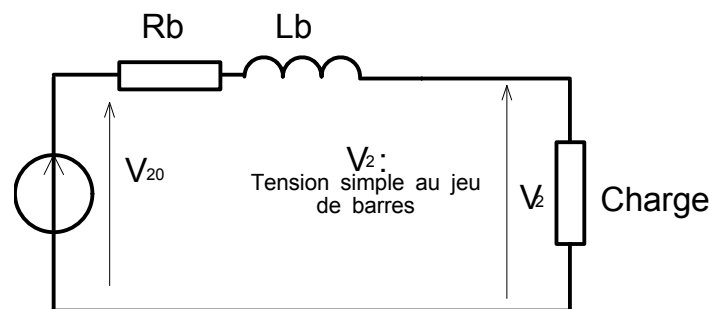
$$I'_{2cc} = \frac{S_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U_2} = \frac{165 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 20 \cdot 10^3} = 4763 \text{ A}.$$

L'impédance ramenée au secondaire de Ts est $Z'_s = \frac{V_{20}}{I'_{2cc}} = \frac{20 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{4763} = 2,42 \Omega$

L'impédance correspondante ramenée au secondaire de Tc est

$$Z''_s = m^2 \cdot Z'_s = \left(\frac{400}{20000} \right)^2 \cdot 2,42 = 0,968 \cdot 10^{-3} \Omega . \text{ Cette valeur est négligeable devant } Z_s$$

II.A.1.3. Modéliser la distribution au niveau du jeu de barres et puissance de court-circuit.



$$V_{20} = 230 \text{ V} ; R_b = 5,37 \text{ m}\Omega ; X_b = L_b \cdot \omega = 9,11 \text{ m}\Omega$$

$$Z_{cc} = \sqrt{5,37^2 + 9,11^2} = 10,574 \text{ m}\Omega \quad \boxed{P_{cc} = 3 \times \frac{230^2}{10,574 \cdot 10^{-3}} = 15 \cdot 10^6 \text{ W}}$$

II.A.1.4. Calculer la chute de tension sous pleine charge au niveau du jeu de barres.

$$\Delta V_2 = V_{20} - V_2 = R_s \cdot \frac{P_T}{3 \cdot V_2} + X_s \cdot \frac{Q_T}{3 \cdot V_2} .$$

P_T et Q_T : puissances active et réactives consommées effectivement par les récepteurs.
 P_N et Q_N : puissances active et réactives nominales des récepteurs (d'après les plaques signalétiques).

$$P_N = 4 \times 108 + 45 + 140 + 140 \times 0,9 = 743 \text{ kW} \quad \text{et} \quad Q_N = 140 \times \sin(\arccos 0,9) = 61,02 \text{ kVAR}$$

$$\text{Calcul de } P_T : P_T = P_N \cdot \frac{V_2^2}{V_{2\text{plaquée}}^2} = 743 \cdot 10^3 \times \frac{V_2^2}{230^2} = 14,0454 \cdot V_2^2$$

$$\text{Calcul de } Q_T : Q_T = Q_N \cdot \frac{V_2^2}{V_{2\text{plaquée}}^2} = 61,02 \cdot 10^3 \cdot \frac{V_2^2}{230^2} = 1,1535 \cdot V_2^2$$

$$\Delta V_2 = 230 - V_2 = 5,37 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{14,0454 \cdot V_2^2}{3 \cdot V_2} + 9,11 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1,1535 \cdot V_2^2}{3 \cdot V_2} = 2,514 \cdot 10^{-2} \cdot V_2 + 0,350 \cdot 10^{-2} \cdot V_2$$

$$\Delta V_2 = 230 = V_2 + 2,514 \cdot 10^{-2} \cdot V_2 + 0,350 \cdot 10^{-2} \cdot V_2 = 1,0286 \cdot V_2 \quad ; \quad V_2 = \frac{230}{1,0286} = 223,596 \text{ V}$$

$$\frac{\Delta V_2}{V_2} = \frac{230 - 223,59}{230} = \frac{6,40}{230} = 2,78 \cdot 10^{-2} \text{ soit } 2,8 \%$$

II.A.1.5. Rendement du transformateur sous la charge totale.

$$P_T = 14,0454 \cdot 223,596^2 = 702202 \text{ W} \quad ; \quad Q_T = 1,1535 \cdot 223,596^2 = 57669 \text{ VAR}$$

Calcul du courant débité à pleine charge :

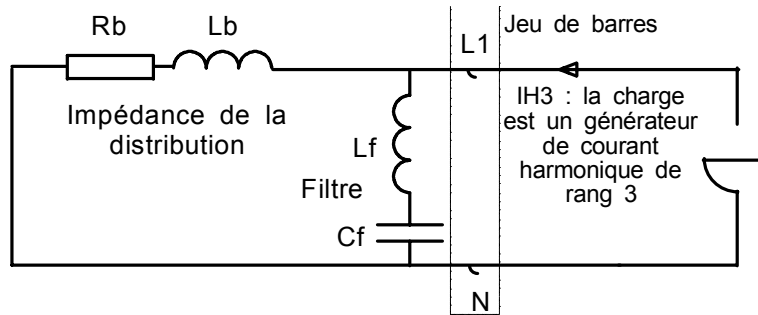
$$S = 3 \cdot V_2 \cdot I_2 = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \quad ; \quad I_2 = \frac{\sqrt{702202^2 + 57669^2}}{3 \cdot 223,596} = 1050,4 \text{ A}$$

$$\text{Pertes Joule : } P_J = \frac{1,5}{100} \cdot 800 \cdot \frac{1050^2}{1154^2} = 9,934 \text{ kW}$$

$$\text{Pertes fer : } P_{\text{FER}} = \frac{2,1}{100} \cdot 800 = 16,800 \text{ kW}$$

$$\text{Rendement du transformateur. } \eta = \frac{743}{743 + 9,934 + 16,8} = 0,9653$$

II.B. Système équilibré non linéaire



II.B.1.

$$\text{II.B.1.1. } L_f \cdot C_f = \frac{1}{\omega_3^2}; \omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot 150 \text{ rad/s.}$$

$$L_f = \frac{1}{C_f \cdot \omega_3^2} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 150)^2} = 11,26 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

Impédance amont du jeu de barres vue entre A et B (impédance du générateur de Thévenin) en fonction de la pulsation du courant ω .

$$Z_{1N} = \frac{(R_b + j \cdot L_b \cdot \omega) \left[j \left(L_f \cdot \omega - \frac{1}{C_f \cdot \omega} \right) \right]}{R_b + j \left[(L_b + L_f) \omega - \frac{1}{C_f \cdot \omega} \right]} = \frac{(R_b + j L_b \cdot \omega) [j(L_f \cdot C_f \cdot \omega^2 - 1)]}{R_b \cdot C_f \cdot \omega + j[(L_b + L_f) C_f \cdot \omega^2 - 1]}$$

II.B.1.2. Antirésonance : Z_{1N} est maximum $Z_{1N} = 0,150 \Omega$ pour $f_2 = 149,779 \text{ Hz}$.

$Z_{1N} = 0,0109 \Omega$ pour $f = 50 \text{ Hz}$. On peut limiter le facteur de qualité du filtre pour réduire l'impédance Z_{1N} à la fréquence d'antirésonance, utiliser une inductance à prises réglables.

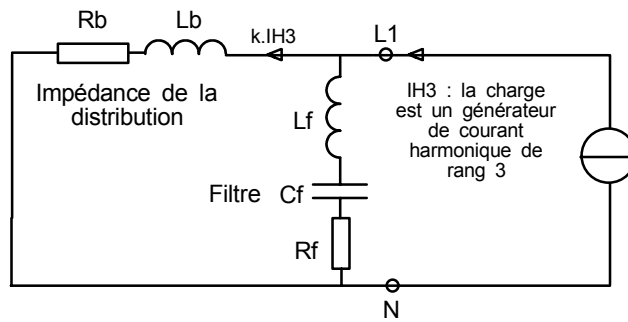
II.B.1.3. En raisonnant sur le schéma du montage Yz_n , non représenté ici, on constate que le courant dans l'enroulement primaire (N_1 spires) de la première colonne du transformateur vaut $\frac{N_2}{N_1} (i_3 - i_1)$ avec i_3 et i_1 : courants dans les 2 enroulements secondaires de la première colonne (N_2 spires). Pour les harmoniques de rang $3k$

$$: i_1 = I_3 \sin 3k\omega t \text{ et } i_3 = I_3 \sin 3k \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = I_3 \sin(3k\omega t - 4\pi). \text{ Il vient :}$$

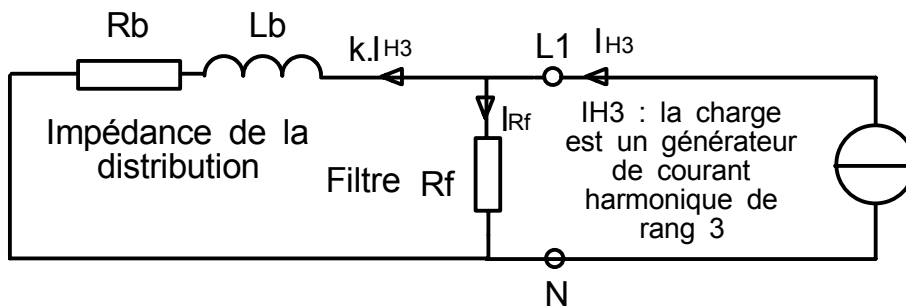
$\frac{N_2}{N_1} (i_3 - i_1) = 0$. Conclusion les courants harmoniques ne sont pas transmis au primaire.

II.B.2. Le filtre est imparfait.

Le but est de calculer l'efficacité du filtre qui présente une résistance série notée R_f .



II.B.2.1. Calculer l'efficacité k du filtre c'est à dire le rapport entre les valeurs efficaces du courant harmonique 3 dans le transformateur et du courant harmonique 3 généré par la charge.



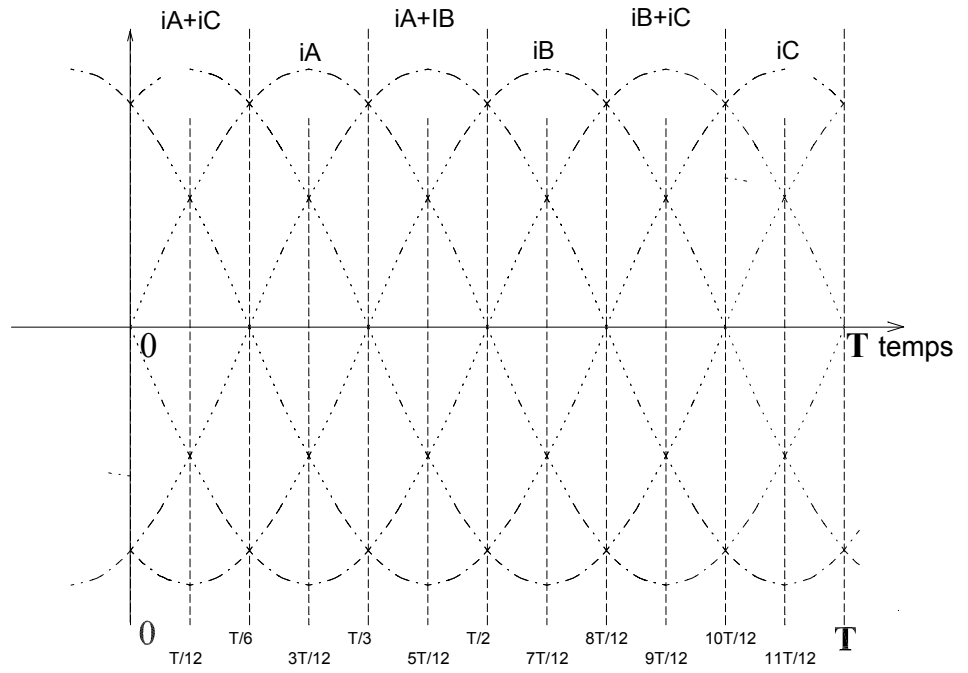
Posons $\underline{Z}_b = R_b + j.L_b.\omega_3$ avec $R_b = R_f = 5,50 \text{ m}\Omega$; $L_b.\omega_3 = 3 \times 30.10^{-6} \cdot 100.\Pi = 28,27 \text{ m}\Omega$

Le courant dans R_f est : $\frac{I_{Rf}}{I_{H3}} = \frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_b + R_f} = \frac{R_b + j.L_b.\omega_3}{R_b + R_f + j.L_b.\omega_3}$

$$\frac{k.I_{H3}}{I_{H3}} = \frac{R_f}{\underline{Z}_b + R_f} = \frac{R_f}{R_b + R_f + j.L_b.\omega_3} \text{ d'où le module } \frac{k.I_{H3}}{I_{H3}} = k = \frac{5,5}{\sqrt{(2 \times 5,5)^2 + (28,27)^2}} = 0,181$$

II.C. Etude du courant dans le neutre et choix du disjoncteur.

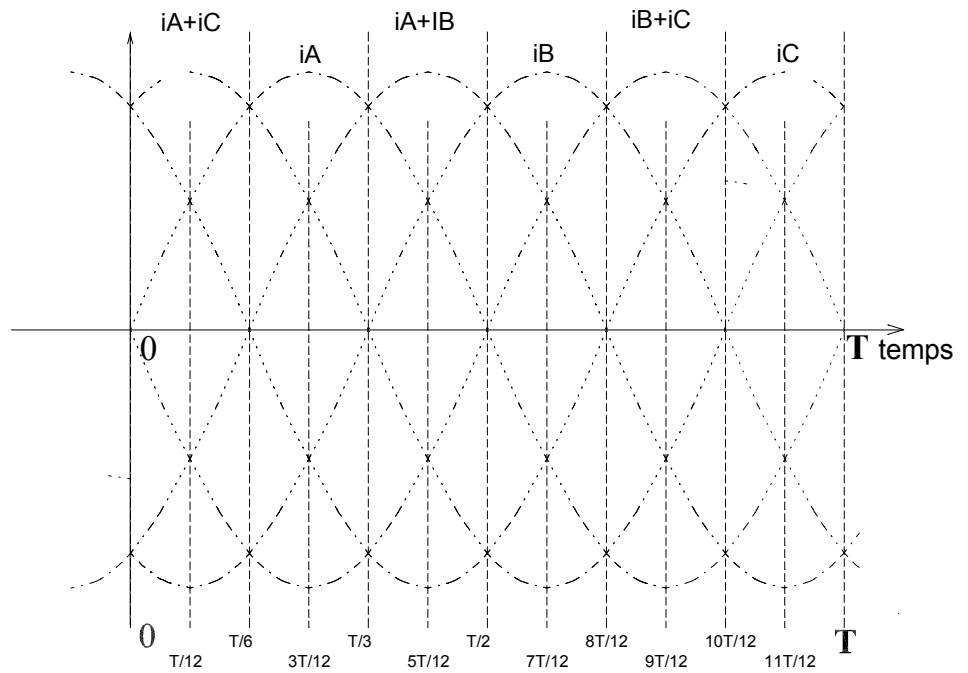
II.C.1.1.



II.C.1.2.
$$I_N = \frac{V_{EFF}}{R}$$

II.C.2.

II.C.2.1.



II.C.2.2.

$$I_N = 1,245 \times \frac{V_{EFF}}{R}$$

II.C.2.3. Cours.

II.D.

II.D.1. Distributions du courant et des champs dans la tôle magnétique.

II.D.1.1. La distribution δ est décrite par sa seule composante suivant l'axe $x'x$

$$\frac{d^2 \delta}{dz^2} + \underline{k}^2 \delta = 0. \text{ D'où : } \delta = \underline{C}_1 \cdot e^{(1+j)\beta z} + \underline{C}_2 \cdot e^{-(1+j)\beta z}$$

$$\text{II.D.1.2. } \underline{H} = -\frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu} \cdot \text{rot } \underline{E} = -\frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \gamma} \cdot \text{rot } \delta$$

Les composantes sont :

$$\underline{H}_x = 0; \underline{H}_z = 0; \text{ et dans l'axe } yy': \underline{H}_y = -\frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \gamma} \cdot \frac{d\delta}{dz} \text{ donc :}$$

$$\underline{H} = \frac{-(1+j)\beta}{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \gamma} \left[\underline{C}_1 \cdot e^{(1+j)\beta z} - \underline{C}_2 \cdot e^{-(1+j)\beta z} \right]$$

Sachant que $H = H_0$ pour $z = +\frac{d}{2}$ et pour $z = -\frac{d}{2}$ on calcule

$$\underline{C}_1 = -\underline{C}_2 = \frac{-j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \gamma \cdot \underline{H}_0}{2(1+j)\beta \cdot \text{ch}(1+j)\frac{\beta d}{2}} \text{ pour trouver } \underline{H} = \underline{H}_0 \frac{\text{ch}(1+j)\beta z}{\text{ch}(1+j)\frac{\beta d}{2}}$$

Pour la distribution de courant on a $\delta = -(1+j)\beta \underline{H}_0 \frac{\text{sh}(1+j)\beta z}{\text{ch}(1+j)\frac{\beta d}{2}}$

$$\text{II.D.1.3. Valeurs efficaces } H = H_0 \sqrt{\frac{\text{ch } 2\beta z + \cos 2\beta z}{\text{ch } \beta d + \cos \beta d}} \text{ et}$$

$$\delta = (\sqrt{2} \cdot \beta) \cdot H_0 \sqrt{\frac{\text{ch } 2\beta z - \cos 2\beta z}{\text{ch } \beta d + \cos \beta d}}$$

II.D.2. Calcul du flux magnétique Φ qui traverse la tôle par unité de longueur suivant l'axe $y'y$.

II.D.2.1. Exprimer $\Phi = f_5(H_0, \beta, \mu, d)$

$$\underline{\Phi} = \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} \underline{B} \cdot dz. \text{ Le calcul donne la valeur efficace : } \Phi = \frac{\sqrt{2} \cdot \mu \cdot H_0}{\beta} \sqrt{\frac{\text{ch } \beta d - \cos \beta d}{\text{ch } \beta d + \cos \beta d}}$$

II.D.2.2. Calcul du champ magnétique moyen B dans la tôle. Exprimer $B=f_6(H_0, \beta, \mu, d)$

$$B = \frac{\sqrt{2} \cdot \mu \cdot H_0}{\beta} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} \beta d - \cos \beta d}{\operatorname{ch} \beta d + \cos \beta d}}$$

II.D.3. Calcul des pertes par effet Joule dans le fer.

II.D.3.1. Exprimer les pertes par courants de Foucault $\overline{pf} = f_7(\beta, \gamma, \omega, d, B)$

$\overline{pf} = \frac{1}{\gamma \cdot d} \cdot \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} \delta^2 \cdot dz$ ce qui conduit à $\overline{pf} = \frac{2 \cdot \beta \cdot H_0^2}{\beta} \cdot \frac{(\operatorname{sh} \beta d - \sin \beta d)}{(\operatorname{ch} \beta d + \cos \beta d)}$ et en remplaçant la parenthèse du dénominateur par sa valeur déterminée au moyen de l'expression de B on obtient :

$$\overline{pf} = \frac{\gamma \cdot \omega^2 \cdot d^2}{24} \cdot (\sqrt{2} \cdot B)^2 \cdot \frac{3}{\beta \cdot d} \cdot \frac{(\operatorname{sh} \beta d - \sin \beta d)}{(\operatorname{ch} \beta d - \cos \beta d)}$$

II.D.3.2. La fonction $y = \frac{3}{\beta \cdot d} \cdot \frac{(\operatorname{sh} \beta d - \sin \beta d)}{(\operatorname{ch} \beta d - \cos \beta d)}$ vaut sensiblement 1 pour $\beta d < 1$ tandis qu'elle tend vers $3/\beta d$ pour $\beta d > 4$

• pour $d/d_0 < 1$ les pertes \overline{pf} par unité de volume sont :

$$(1) \overline{pf}_1 \approx \frac{\gamma \cdot \omega^2 \cdot d^2}{24} \cdot (\sqrt{2} \cdot B)^2$$

• pour $d/d_0 > 4$ les pertes \overline{pf} sont :

$$(2) \overline{pf}_2 = \frac{\gamma \cdot \omega^2 \cdot d^2}{24} \cdot (\sqrt{2} \cdot B)^2 \cdot \frac{3}{\beta \cdot d} = \frac{\omega^2 \cdot d \cdot \sqrt{\gamma}}{4 \cdot \sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2} \cdot B)^2$$

•

• Pour la fréquence 50 Hz en prenant la conductivité du fer $\gamma = 2 \cdot 10^6 \text{ S}$ et la perméabilité relative $\mu_r = 10000$ la profondeur de pénétration est $d_0 = 0,5 \text{ mm}$. On peut choisir $d = 0,4 \text{ mm}$. Les pertes dues aux harmoniques seront déterminées par la deuxième formule.

Troisième partie

III. Etude de la ventilation

III.A. Etude d'un moteur de ventilation en régime sinusoïdal

III.A.1. Couple électromagnétique du moteur $T = T_{\text{utile}}$

$$P_{\text{Tr}} = 3 \cdot V_{\alpha} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 3 \cdot V_{\alpha} \cdot \frac{V_{\alpha}}{Z_2} \cdot \frac{R_2/g}{Z_2} = 3 \cdot V_{\alpha}^2 \frac{R_2/g}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2}$$

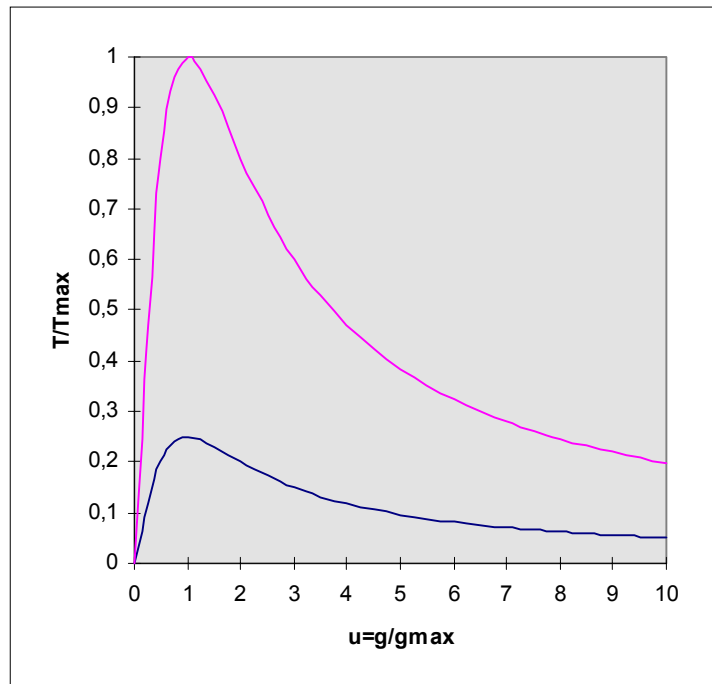
$$T = \frac{3 \cdot V_{\alpha}^2}{\Omega_s} \frac{R_2/g}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2} \text{ et aussi } \Omega_s = \frac{\omega}{p} \text{ donc}$$

$$T = \frac{3 \cdot p \cdot V_{\alpha}^2}{\omega_s} \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{g} + X_2^2 \cdot g} = \frac{3 \cdot p \cdot V_{\alpha}^2}{\omega_s} \cdot \frac{R_2 \cdot g}{R_2^2 + X_2^2 \cdot g^2}$$

$$\text{III.A.2. } g_{\text{MAX}} = \frac{R_2}{X_2} \quad T_{\text{MAX}} = \frac{3 \cdot p \cdot V_{\alpha}^2}{2 \cdot X_2 \omega_s}$$

$$\text{III.A.3. } \frac{T}{T_{\text{MAX}}} = \left(\frac{V_{\alpha}}{V_R}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot u}{1 + u^2}$$

III.A.4. Tracer les courbes $\frac{T}{T_{\text{MAX}}} = f\left(\frac{g}{g_{\text{MAX}}}\right)$ pour V_{α} égal à V_R et pour V_{α} égal à $V_R/2$ sur le document réponse RP2.



III.B. Etude de la vitesse de ventilation avec un moteur alimenté par un gradateur triphasé.

III.B.1. Calculer les valeurs numériques de T_{MAX} et de g_{MAX} .

$$T_{no\ min\ al} = \frac{1000}{\pi \cdot 1445 / 30} = 72,6936 \text{ Nm et } T_{MAX} = 1,6 \cdot 116,31 \text{ Nm} \quad \boxed{T_{MAX} = 116,31 \text{ Nm}}$$

$$X_2 = \frac{3 \cdot p \cdot V_R^2}{2 \cdot T_{MAX} \cdot \omega_s} = \frac{3 \times 2 \times 230^2}{2 \cdot 116,31 \cdot 100 \cdot \pi} = 4,343 \ \Omega$$

$$T = \frac{3 \cdot p \cdot V_\alpha^2}{\omega_s} \cdot \frac{R_2 \cdot g}{R_2^2 + X_2^2 \cdot g^2} ; \quad 72,6936 = 1010,32 \cdot \frac{R_2 \cdot 0,3666}{R_2^2 + 4,343^2 \cdot 0,3666^2}$$

$$T = \frac{3 \cdot p \cdot V_\alpha^2}{\omega_s} \cdot \frac{R_2 \cdot g}{R_2^2 + X_2^2 \cdot g^2} ; \quad 72,6936 = 1010,32 \cdot \frac{R_2 \cdot 0,3666}{R_2^2 + 4,343 \cdot 0,3666^2} \text{ d'où } R_2 = 0,4537 \ \Omega$$

$$g_{MAX} = \frac{R_2}{X_2} = \frac{0,4537}{4,343} = 0,1045 \quad \boxed{g_{MAX} = 10,45 \%}$$

III.B.2. Tracer la courbe du rapport T_r/T_{MAX} relative au couple résistant du ventilateur sur le réseau de courbes du constructeur en complétant le document réponse RP3 .

$$\boxed{T_r = 4,6 \times 10^{-5} \times n^2 + 2,16} \quad \boxed{\frac{T_r}{T_{MAX}} = \frac{4,6 \times 10^{-5} \times (1500 \cdot (1-g))^2 + 2,16}{116,31}} \quad \text{Voir la courbe p.19}$$

III.B.3. Relation entre les angles de commande des semi-conducteurs et les vitesses du moteur asynchrone. Compléter le tableau de correspondance sur le document RP3.

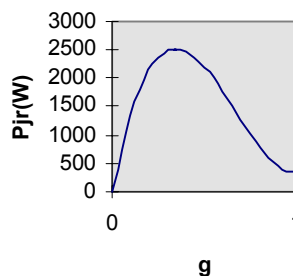
III.C. Echauffement du rotor, déclassement du moteur pour des fonctionnements à puissance réduite.

III.C.1. Exprimer les pertes Joule rotoriques en fonction du glissement $P_{JR} = f(g)$

$$P_{JR} = g \cdot P_{EM} = g \cdot T_{EM} \cdot \Omega_s = g \cdot T_r \cdot \Omega_s \text{ d'où}$$

$$\boxed{P_{JR} = 16257,74 \cdot g \cdot (1-g)^2 + 339,29 \cdot g}$$

III.C.2. Etudier l'évolution des pertes Joule rotoriques avec le glissement. En déduire les valeurs numériques permettant de justifier le déclassement du moteur.



La dérivée de la fonction $P_{JR} = f(g)$ s'annule pour $g=1$ $P_{JR}=339 \text{ W}$ et pour $g=0,34$, $P_{JR}=2523 \text{ W}$. Les pertes Joule rotor nominales sont de 418 W. Le déclassement du moteur s'impose.

