

AGRÉGATION SESSION 2007

CONCOURS INTERNE

Section : GÉNIE ÉLECTRIQUE

Option A : ÉLECTRONIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
Option B : ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE

ÉTUDE D'UN PROBLÈME D'AUTOMATISATION

DURÉE : 6 HEURES, COEFFICIENT : 1

Calculatrice autorisée (conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999)
Aucun document n'est autorisé
Convertisseur en Euro autorisé

Traitement de l'eau d'une piscine par chloration

📁 Dossier de présentation, texte du sujet avec le travail demandé	15 pages
Documents réponses	5 pages

Ce sujet comporte cinq parties indépendantes :

Mesure de la concentration en chlore libre par capteur ampèremétrique,
Régulation de la concentration en chlore libre par régulateur industriel,
Modélisation des échanges chimiques dans le bassin,
Identification de la fonction de transfert de la piscine,
Modélisation de la régulation du chlore actif dans la piscine.

Une lecture préalable et complète du sujet est indispensable.

Il sera tenu compte de la cohérence avec laquelle les candidats traiteront chaque partie, le jury préférant une réflexion d'ensemble de la partie abordée à un éparpillement des réponses.

Les candidats sont invités à numéroter chaque page de leur copie et à indiquer clairement le numéro de la question traitée.

Les candidats sont priés de rédiger les différentes parties du problème sur feuilles séparées et clairement repérées. Chaque question est identifiée par une police **gras** et repérées par un numéro.

Il leur est rappelé qu'ils doivent utiliser les notations propres au sujet, présenter clairement les calculs et dégager ou encadrer tous les résultats.

Tout résultat incorrectement exprimé ne sera pas pris en compte. En outre les correcteurs leur sauront gré d'écrire lisiblement et de soigner la qualité de leur copie.

Il sera tenu compte de la qualité de rédaction, en particulier pour les réponses aux questions ne nécessitant pas de calcul. Le correcteur attend des phrases complètes respectant la syntaxe de la langue française.

Pour la présentation des applications numériques, il est rappelé que lors du passage d'une forme littérale à son application numérique, il est recommandé aux candidats de procéder comme suit :

- après avoir rappelé la relation littérale, chaque grandeur est remplacée par sa valeur numérique en respectant la position qu'elle avait dans la relation puis le résultat numérique est donné sans calculs intermédiaires et sans omettre son unité.

Si le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes, vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement dans votre copie.

Traitement de l'eau d'une piscine par chloration

1- Les textes de référence

L'hygiène dans les piscines est précisément réglementée par la loi du 12/07/1978 et le décret n°81-324 du 7/04/1981. Ces deux textes transposent la directive européenne " eaux de baignade " de 1975, l'une des toutes premières directives européennes sur l'eau, dont la révision est actuellement en cours. Enfin, deux arrêtés du 7/04/1981 fixent les dispositions techniques et administratives applicables aux piscines.

Les piscines sont définies comme les établissements comportant un ou plusieurs bassins artificiels utilisés pour des activités de bain ou de natation.

Les piscines et baignades réservées à l'usage personnel d'une famille ne sont pas concernées par ces textes.

2- Les normes de qualité des eaux de piscine

Le décret de 1981 énumère les paramètres physiques, chimiques et microbiologiques applicables à l'eau des bassins.

Paramètres	Valeur
Paramètres physiques	
Transparence	Voir parfaitement au fond de chaque bassin les lignes de nage ou un repère sombre de 0,30m de côté, placé au point le plus profond
Irritabilité	Pas irritant pour les yeux, la peau et les muqueuses
Paramètres chimiques	
Substance oxydable au permanganate de potassium à chaud en milieu alcalin exprimée en oxygène	Ne doit pas dépasser de plus de 4 mg/l la teneur de l'eau de remplissage des bassins
Substance toxique	Pas de substances dont la quantité serait susceptible de nuire à la santé des baigneurs
pH	Compris entre 6,9 et 8,2
Paramètres microbiologiques	
Bactéries aérobies revivifiables à 37°C / 1 ml	100
Coliformes totaux / 100 ml	10
Coliformes fécaux / 100 ml	0
Germes pathogènes / 100 ml	0 pour 95% des échantillons

Afin de respecter ces paramètres, l'eau doit être filtrée, désinfectée et désinfectante ; elle doit donc contenir une concentration résiduelle d'agent désinfectant qui assure la destruction rapide des germes apportés par les baigneurs.

Par ailleurs, et sauf autorisation préfectorale expresse, l'eau doit provenir d'un réseau de distribution publique.

3- Le renouvellement de l'eau des piscines publiques

Chaque jour d'ouverture, le renouvellement de l'eau doit être assuré à raison d'au moins 0,03 m³ par baigneur ayant fréquenté la piscine, valeur qui peut être augmentée par le préfet si les analyses font apparaître que l'eau est de qualité insuffisante.

En tout état de cause, une vidange complète des bassins est assurée au moins deux fois par an. Une vidange peut également être imposée par le préfet si les services sanitaires l'estiment nécessaire, pour des problèmes de qualité des eaux. La DDASS est par ailleurs également informée de toute vidange au moins 48 heures à l'avance.

Dans les bassins de plus de 240 m², le recyclage et le traitement des eaux doivent être assurés dans les conditions suivantes :

- en moins d'une heure trente pour les bassins dont la profondeur est inférieure à 1,50 m ;
- en moins de 4 heures pour les bassins dont la profondeur est supérieure à 1,50 m ;
- en moins de 30 minutes pour les pataugeoires.

Le renouvellement des eaux de surface doit être assuré en continu pour au moins 50% des débits de recyclage.

L'apport d'eau neuve au circuit des bassins doit se faire en amont de l'installation de traitement par surverse dans un bassin de disconnexion.

4- Le filtrage des eaux

Chaque filtre est équipé d'un dispositif de contrôle de l'encrassement, ainsi que d'un dispositif permettant de les vidanger totalement.

Le débit du filtre encrassé doit atteindre au minimum 70% de celui du filtre propre.

5- Le contrôle de la qualité des eaux

La nature et la fréquence des analyses de surveillance de la qualité des eaux sont fixées par le préfet ; la fréquence est au minimum mensuelle.

Les prélèvements sont assurés par la DDASS, et les analyses sont effectuées par un laboratoire agréé. Les frais liés aux analyses sont à la charge des responsables des installations.

Les résultats des analyses font l'objet d'une double publicité : communication à la DDASS et affichage dans la piscine de façon visible pour les baigneurs, accompagné du rapport et des conclusions de la DDASS.

Le préfet peut limiter ou suspendre l'utilisation de la piscine dès qu'un seul paramètre de qualité des eaux n'est pas respecté. Cette mesure ne peut être levée que lorsque l'exploitant démontre un retour à la normale.

Par ailleurs, chaque établissement dispose d'un carnet sanitaire tenu à la disposition de la DDASS. Il est rempli quotidiennement pour les informations suivantes :

- fréquentation ;
- relevés des paramètres transparence, pH, teneur en désinfectant, température. Ces informations sont renseignées au moins deux fois par jour ;
- relevé des compteurs d'eau.

6- Conditions d'une chloration efficace et hygiénique

L'état d'équilibre entre le gaz chloré dissout dans l'eau du bassin de baignade ($\text{Cl}_2(\text{aq.})$), l'acide hypochloreux (HOCl) et l'hypochlorite (OCl^-) dépend de la température mais en premier lieu de la valeur du pH (voir figure 6.1).

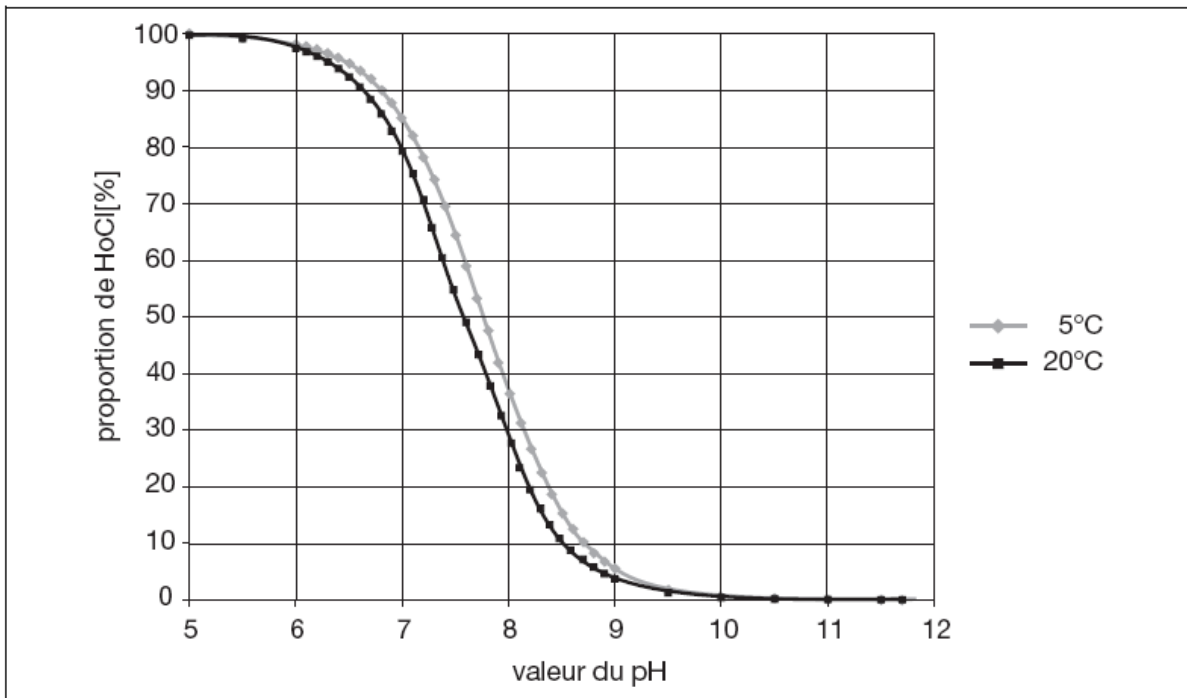


Fig. 6.1 Plages d'existence de l'acide hypochloreux et de l'hypochlorite en fonction de la valeur du pH à 5 °C et à 20 °C. On a indiqué le pourcentage de HOCl , le pourcentage de OCl^- est égal à $100 - [\text{HOCl}]$.

Les ions hypochlorites possèdent un effet désinfectant nettement plus faible que celui de l'acide hypochloreux (HOCl). On appelle chlore libre l'addition du chlore gazeux, de l'acide hypochloreux et de l'hypochlorite.

Pour désinfecter l'eau, il faut régler la valeur du pH et la maintenir. Si la valeur du pH est trop élevée, la vitesse de stérilisation diminue fortement, si la valeur du pH est trop faible, il y a un risque de corrosion avec une irritation des yeux et de la peau.

La norme DIN 19643 (préparation de l'eau des piscines et des bains) fixe les valeurs limites du pH pour les baignades en eau douce de 6,5 à 7,6. D'autre part la concentration en chlore libre doit être limitée entre 0,3 et 1,4 mg/l de chlore.

Dans la pratique on règle la valeur du pH entre 7,2 et 7,4. La valeur du pH et la concentration en chlore libre sont sensibles aux différents agents polluants. Pour une bonne qualité de l'eau de baignade, un contrôle automatique s'impose.

7- Circuit hydraulique simplifié du traitement de l'eau

La figure 7.1 représente la structure simplifiée du traitement de l'eau dans la piscine.

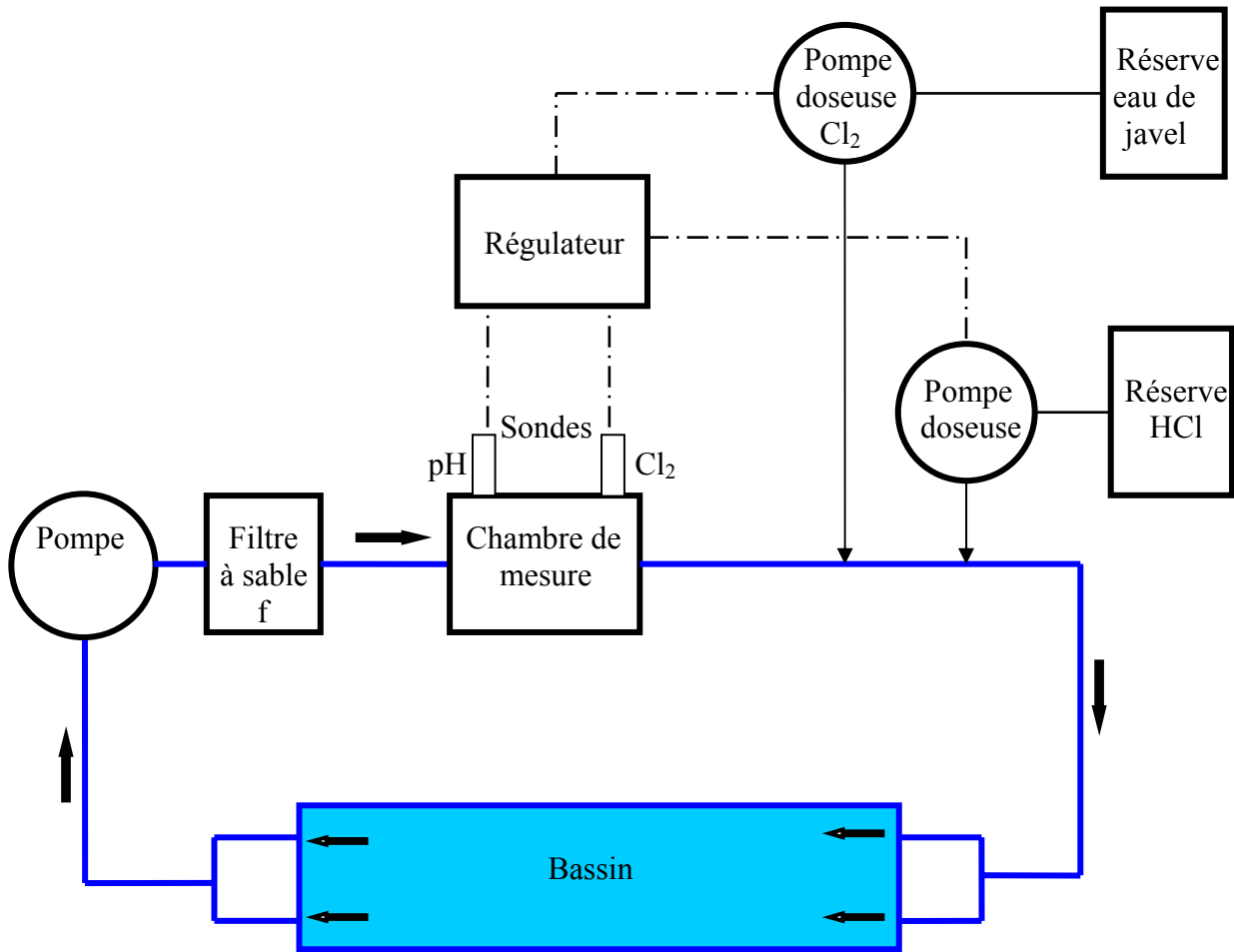


Figure 7.1

8- Mesure de la concentration en chlore libre par capteur ampèremétrique

La sonde de mesure se comporte comme un dipôle électrique dont la fonction courant / tension est représentée à la figure 8.1.

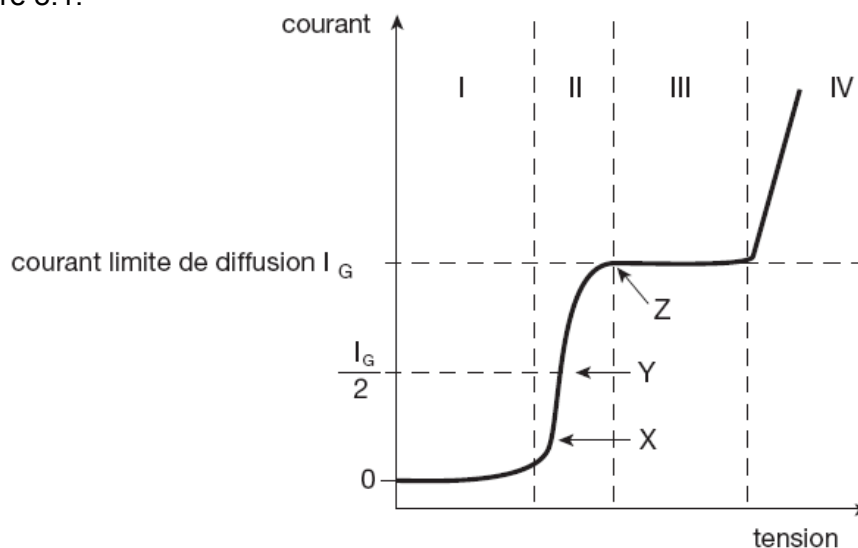


Figure 8.1 Représentation de la relation courant / tension du capteur ampèremétrique

Une tension appliquée aux bornes de la sonde détermine un fonctionnement dans la zone III de la fonction ci-dessus. Le courant qui circule est alors proportionnel à la concentration en chlore libre du liquide dans lequel est plongé ce capteur.

Pour une mesure correcte, la sonde doit être montée dans une chambre de mesure traversée par un débit contrôlé de la solution à analyser.

Le schéma d'exploitation de la sonde ampèremétrique est représenté à la figure 8.2

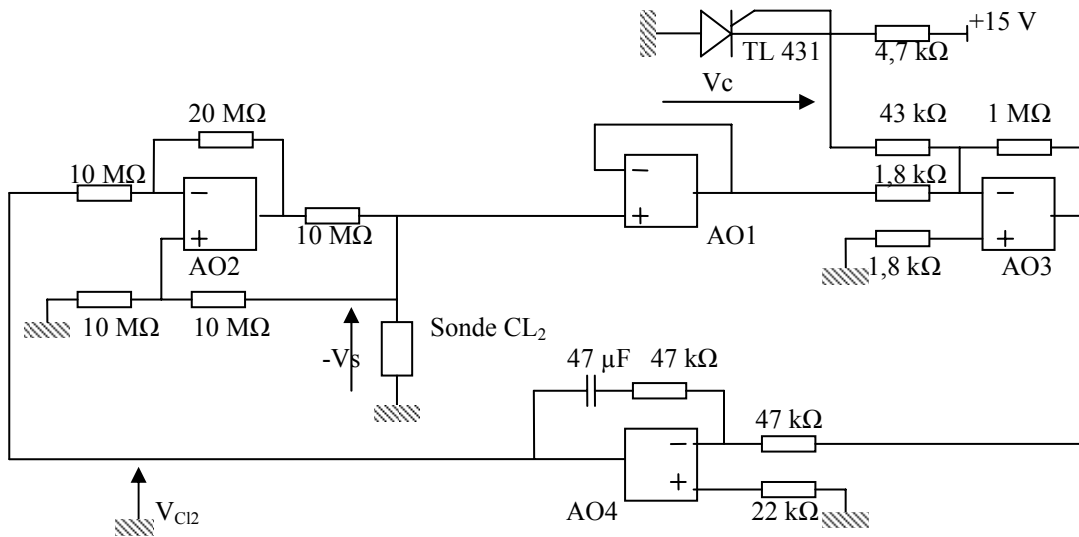


Figure 8.2 Schéma d'exploitation de la sonde ampèremétrique

Les amplificateurs intégrés linéaires sont alimentés en tensions symétriques +/-15 V.

Le composant TL431 délivre une tension de référence $V_c = 2,5$ Volts.

La sonde consomme un courant proportionnel à la concentration en chlore libre : $I = 25 \text{ nA/mg/l}$.

La sonde opère sous une tension voisine de V_{s0} .

On linéarise autour de ce point sa caractéristique électrique statique comme $V_s = V_{s0} + k_{s0} \times i$, en dynamique le comportement est du deuxième ordre et $k_s(p) = V_s(p) / I(p) = k_{s0} / ((1 + \sigma_1 p) \times (1 + \sigma_2 p))$ avec $k_{s0} = 10^6 \Omega$, $\sigma_1 = 100 \text{ s}$ et $\sigma_2 = 1 \text{ s}$.

Q8.1 Montrer que la structure qui alimente la sonde se comporte suivant le schéma bloc représenté à la figure 8.3

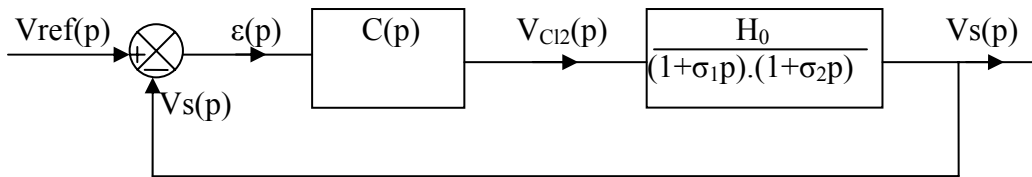


Figure 8.3 Modèle de comportement de la sonde ampèremétrique

Q8.2 Déterminer $C(p)$ et H_0 . Effectuer les applications numériques des constantes de $C(p)$, pour H_0 et V_{ref} .

Q8.3 Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte $T_{bf_0}(p) = V_s(p) / V_{ref}(p)$.

Q8.4 Tracer les diagrammes de Bode du gain et de la phase de $H_{bf_0}(j\omega)$ sur le document réponse 1.

Q8.5 Quelle est la marge de phase du système ? Conclure à propos du réglage de $C(p)$.

Q8.6 Montrer que $V_{Cl2} = k_{CL2} \times C_{CL2}$ et calculer C_{CL2} , la concentration de chlore libre en mg/l.

Q8.7 Quelle est la tension de polarisation de la sonde V_{s_0} ?

Q8.8 Vis-à-vis de la boucle étudiée, une variation de la concentration en chlore libre constitue une perturbation en courant $I_0(p)$. Construire un schéma bloc du système prenant en compte cette perturbation. La valeur statique V_{s_0} de V_s est-elle sensible à cette perturbation ?

Q8.9 Quel est l'ordre de grandeur du temps de réponse du capteur ? Cette valeur convient-elle pour réguler la chloration d'une piscine ?

Q8.10 La précision de la mesure de la concentration en chlore actif est de 2%. Donner l'ordre de grandeur des paramètres auxquels il faut particulièrement veiller lors du choix des amplificateurs intégrés linéaires A01, A02, AO3, AO4.

9- Régulation de la concentration en chlore libre par régulateur industriel

La sonde de mesure du chlore intègre l'interface électronique qui produit un signal 4/20 mA proportionnel à la teneur en chlore avec compensation en température.

Le régulateur dTRANS Az01 est destiné à piloter la pompe doseuse de chlore à débit proportionnel par une liaison 4/20 mA.

Ce régulateur est doté d'une correction de type PID.

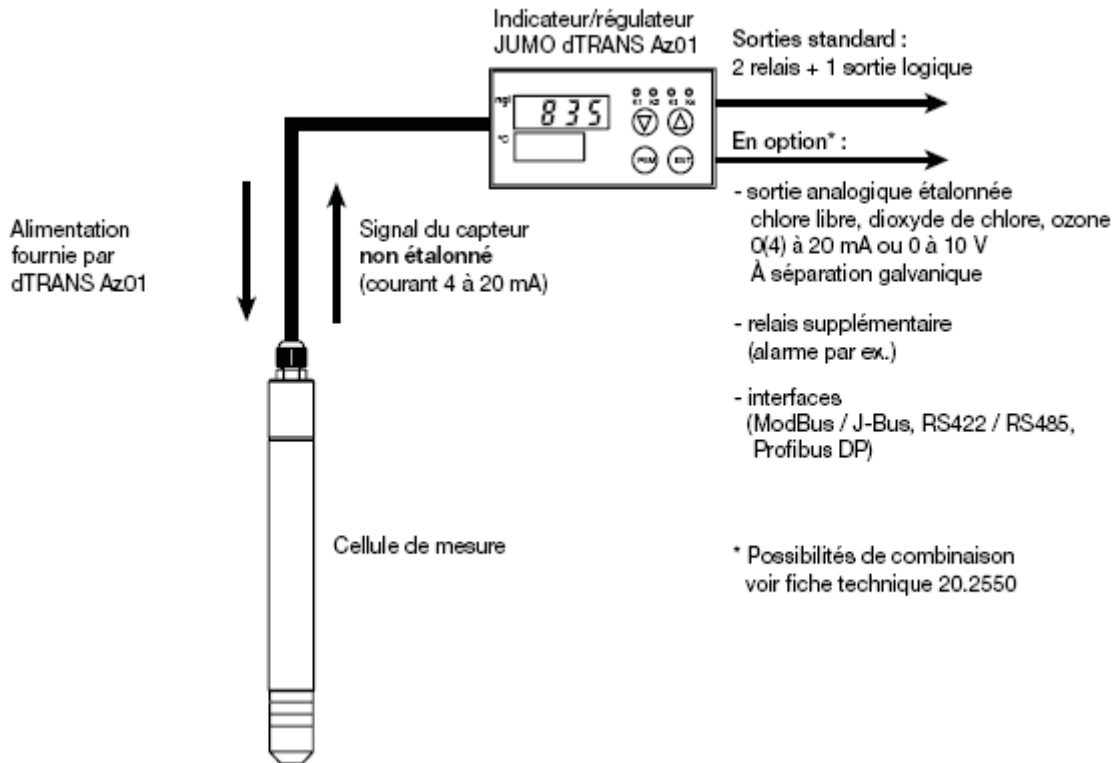


Figure 9.1 Interface électronique de la sonde de mesure

Q9.1 L'entrée du régulateur numérise le signal capteur sur 15 bits. La résolution est-elle compatible avec la précision de 2% de la sonde ?

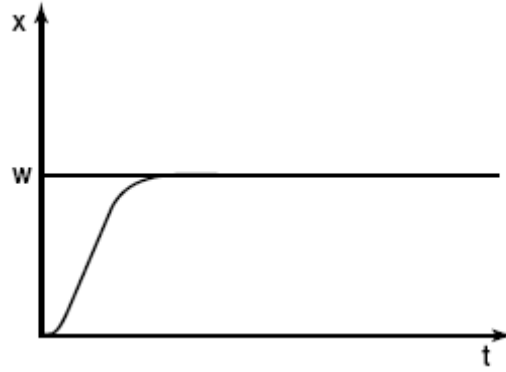
Q9.2 Définir la notion de bande proportionnelle.

Q9.3 Réglage des paramètres du correcteur PID.

Sur le document réponse 2, indiquer pour chaque réponse du système asservi, le sens dans lequel il faudrait faire évoluer la valeur du paramètre considéré pour améliorer le comportement du système (correct, trop faible, trop fort).

Action proportionnelle P_b (largeur de la bande proportionnelle), (action intégrale T_i (constante de temps), action dérivée T_d (constante de temps).

Sur le tracé suivant, x est la teneur en C_{CL2} du bassin, W est la consigne de C_{CL2} .

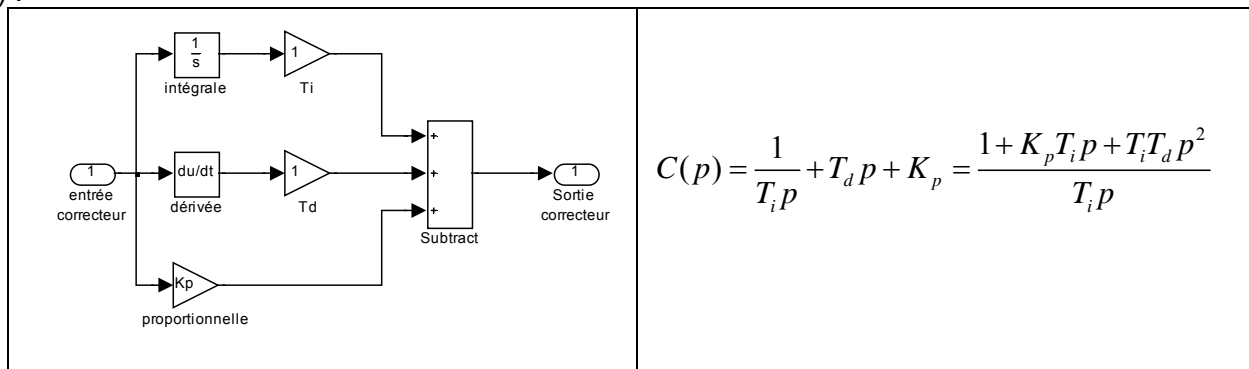


Réponse optimale
P correct, T_i correct, T_d correct.

Chaque essai demande 24 heures pour que l'eau retrouve un équilibre chimique. Il est donc très difficile de régler les correcteurs de manière intuitive. Une modélisation s'impose pour anticiper le réglage des paramètres.

Q9.4 Cas où le système possède deux pôles dominants et un pôle de commande

Lorsque le modèle de comportement d'un système possède deux pôles dominants, il est nécessaire de complexifier la structure du correcteur afin de compenser les deux pôles dominants, il faut prévoir un correcteur possédant deux zéros et une action intégrale pour maintenir une erreur en régime statique nulle. Cette structure, représentée à la figure 9.2, est appelée PID (action proportionnelle, intégrale dérivée) :



$$C(p) = \frac{1}{T_i p} + T_d p + K_p = \frac{1 + K_p T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p}$$

Figure 9.2 Structure d'un correcteur P.I.D.

Une première stratégie consiste à synthétiser directement le correcteur à partir de la fonction en boucle ouverte et de la fonction désirée en boucle fermée. Par exemple en boucle ouverte

$$H(p) = \frac{H_0}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

et en boucle fermée nous souhaitons un système du 1^{er} ordre de gain unitaire

$$Bf(p) = \frac{1}{1 + T_c p}$$

Exprimer alors la fonction de transfert C(p) qui convient.

Cette méthode donne de bons résultats concernant la consigne mais les résultats sont médiocres concernant les perturbations. De plus ce type de correcteur ne peut être implanté sans limitation de sa bande passante, car l'action dérivée présente en régime harmonique une pente asymptotique de +20 dB/dec, il est par conséquent important de modifier la structure qui est représentée à la figure 9.3.

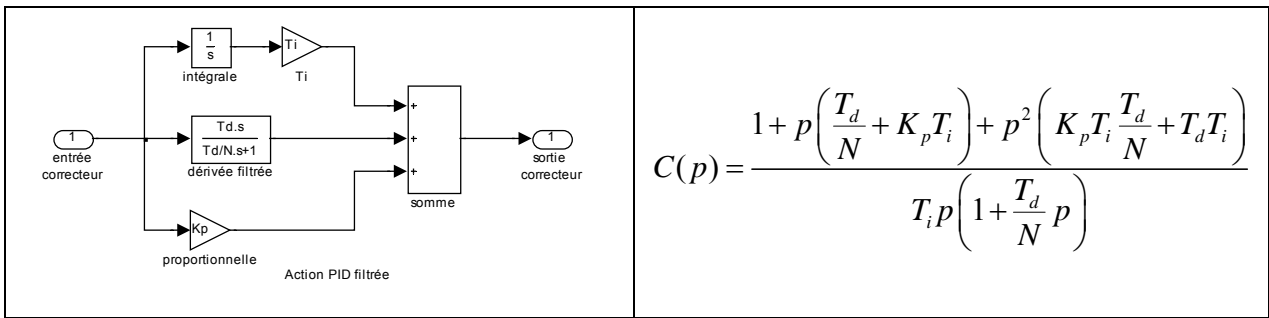


Figure 9.3 Structure d'un correcteur P.I.D. modifié

Q9.5 Dans le cas du correcteur PID avec une action dérivée filtrée nous modifierons la structure pour que l'action dérivée et l'action proportionnelle n'interviennent que sur la mesure, nous insérerons un filtre de référence, ces modifications nous conduisent à la structure généralisée des correcteurs de type R.S.T. sur la figure 9.4. La synthèse de ce correcteur se fera par placement de pôles. Par exemple nous prendrons un système du 2^{ème} ordre identique à l'exemple précédent avec $H_0 = 100$, $T_1 = 5$ h, $T_2 = 10$ h et en boucle fermée nous souhaitons un comportement fréquentiel identique à une fonction de Butterworth d'ordre 3 et un temps de montée en réponse indicielle $T_m = 0,1$ h (voir exemple sur la figure 9.5). Par identification avec une fonction de Butterworth du 3^{ème} ordre :

$$Bf(p) = \frac{1}{1 + p\left(\frac{2}{\omega_0}\right) + p^2\left(\frac{2}{\omega_0^2}\right) + p^3\left(\frac{1}{\omega_0^3}\right)} \quad \text{exprimer } K_p, T_i \text{ et } T_d \text{ pour } \omega_0 T_m = 4 \text{ et } N = 10.$$

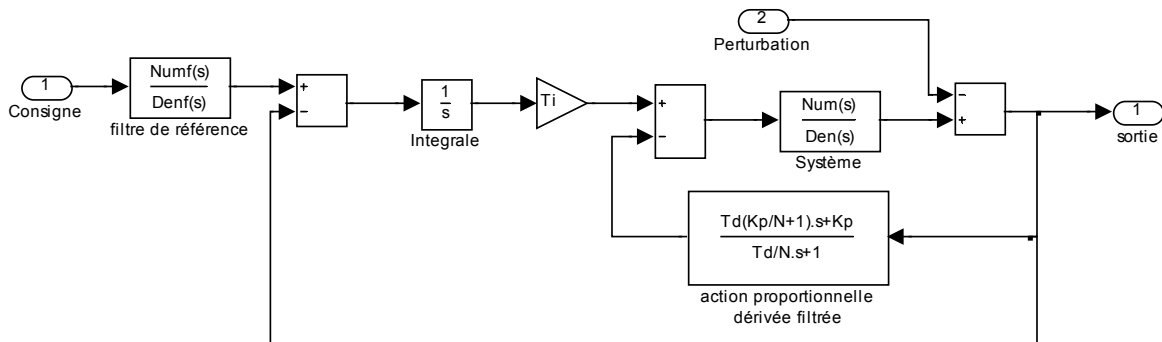


Figure 9.4 PID modifié et filtré

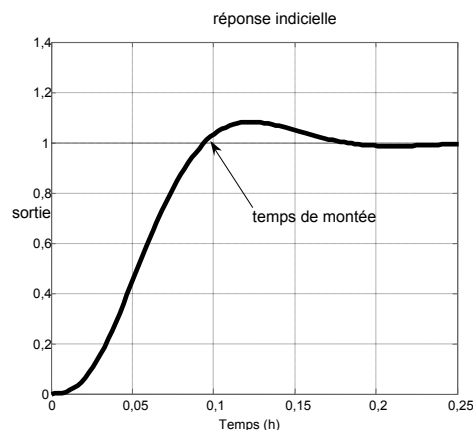


Figure 9.5 Réponse indicielle

Q9.6 Cas où le système possède un retard pur, mise en place d'un prédicteur de Smith

Dans le cas de la présence d'un retard pur dans la fonction de transfert en boucle ouverte, le correcteur PID n'est plus adapté sauf si le retard est faible devant les pôles dominants auquel cas, par une approximation au 1^{er} ordre, nous revenons à l'existence d'un pôle de commande et aux méthodes de ré-

glages exposées ci-dessus. Dans le cas d'un retard important, il est possible de « rejeter » ce retard à l'extérieur de la boucle par la mise en place d'un prédicteur de Smith (figure 9.6). Le correcteur $C(p)$ peut être de nature quelconque (P, PI, PID) et le modèle interne doit être :

$$\frac{x(p)}{u(p)} = (1 - e^{-T_c p}) H(p) \text{ où } H(p) \text{ est la fonction de transfert du système estimé sans retard.}$$

Dans ces conditions montrer que la fonction en boucle fermée s'écrit :

$$Bf(p) = e^{-T_c p} \frac{C(p)H(p)}{1 + C(p)H(p)}$$

Dans l'application de la figure 9.7, le correcteur est de type PI et le système est un 1^{er} ordre : $\tau = 1$ h, un gain statique $H_0 = 100$ avec un retard pur $T_c = 2$ h.

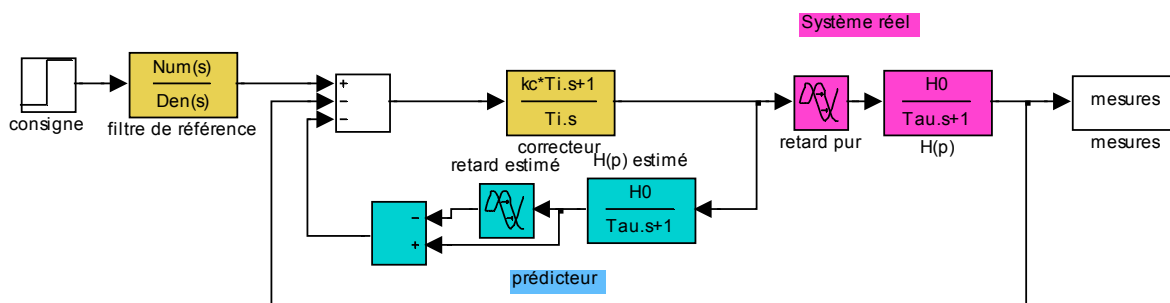


Figure 9.6 Prédicteur de Smith

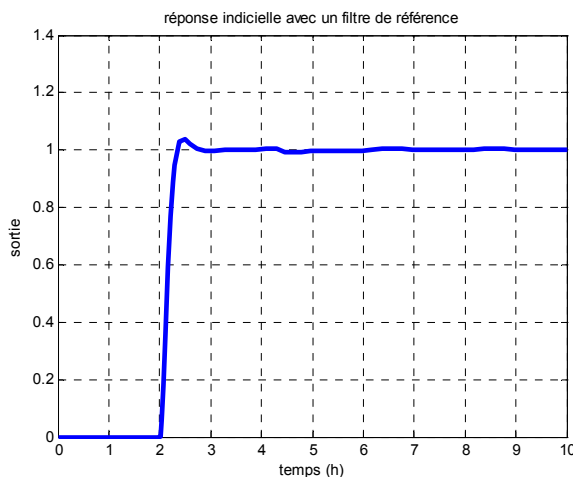


Figure 9.7 Réponse indicielle du système réglé par le correcteur de Smith

10- Modélisation des échanges chimiques dans le bassin

Pour les systèmes hydrauliques ou chimiques, les équations de bilan tenant compte des flux d'entrée et de sortie associés à la conservation des grandeurs semblent bien adaptées.

On peut faire ce bilan sur un instant dt :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{quantité de X} \\ \text{dans le système} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{flux entrant} \\ \text{de X} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{flux sortant} \\ \text{de X} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{quantité de X} \\ \text{généré par le système} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{quantité de X} \\ \text{consommé par le système} \end{array} \right\}$$

Pour illustrer ce bilan, nous proposons d'écrire les équations du système représenté par la piscine dans laquelle la concentration et le volume du chlore sont contrôlés (figure 7.1).

Pour écrire les équations de bilan, nous ferons un certain nombre d'hypothèses, le mélange du flux chloré d'entrée est instantané, le fluide de sortie s'écoule avec un débit constant (indépendant de la hauteur d'eau mais qui dépend de l'encrassement du filtre f . $F_s = k(1 - f)$).

Compte tenu des hypothèses, pendant un instant dt , le système ne génère rien ni ne consomme, les variations du volume sont uniquement liées aux flux, F_1 le flux HCL et F_2 le flux CL2 (F_1 le flux d'acide chlorhydrique et F_2 le flux d'eau de Javel).

$$S \cdot dh = F_1 \cdot dt + F_2 \cdot dt - F_s \cdot dt \quad (10.1)$$

Q10.1 À quoi correspond la surface S ?

L'apport en produit dissous pendant un instant dt , par le flux chloré d'entrée i s'écrit : $F_i \cdot C_i \cdot dt$

Dans ces conditions le bilan relatif aux concentrations pendant un instant dt s'écrit :

$$d(C \cdot h \cdot S) = F_1 \cdot C_1 \cdot dt + F_2 \cdot C_2 \cdot dt - F_s \cdot C_s \cdot dt \quad (10.2)$$

Q10.2 Quelle est l'unité utilisée pour chiffrer la concentration d'un liquide ? À quelle grandeur physique correspondent les termes de l'équation (10.2) ?

Dans le cas de la piscine, le flux sortant F_s dépend du débit de la pompe F_p que l'on suppose constant (indépendant de la hauteur d'eau) et dépendant seulement de l'encrassement des filtres, mais également du flux F_s lié au débordement au-delà de la hauteur d'eau initiale H_{max} . Dans ce cas, on suppose que le débit sortant peut être assimilable à la loi de Bernoulli : $F_s = k \cdot \sqrt{h}$.

Les équations (10.1) et (10.2) traduisent le comportement du système, bien entendu ces deux équations sont non linéaires puisque nous avons des produits des grandeurs h et C qui dépendent du temps. Pour élaborer une loi de commande, il faudra simplifier ce modèle de connaissance pour aboutir à un modèle simplifié de comportement par « linéarisation ».

La relation entre le pH et le chlore libre est donnée par une relation graphique où le gain peut être obtenu par la mesure de la production de HOCL sur la courbe au voisinage du point de fonctionnement (pH = 7,2), soit 75% (voir figure 6.1).

Modèle de comportement de l'échangeur acide chlorhydrique / eau de Javel / piscine :

Q10.3 On pose $\frac{dh}{dt} = f(F_1, F_2, h)$, on utilise le développement de Taylor suivant :

$$\frac{dh}{dt} = \left(\frac{dh}{dt}\right)_0 + \left(\frac{\partial f}{\partial F_1}\right)_0 \cdot F_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial F_2}\right)_0 \cdot F_2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h}\right)_0 \cdot h \quad (10.3)$$

Dans l'équation (10.3) l'indice 0 représente le point de fonctionnement (régime statique)

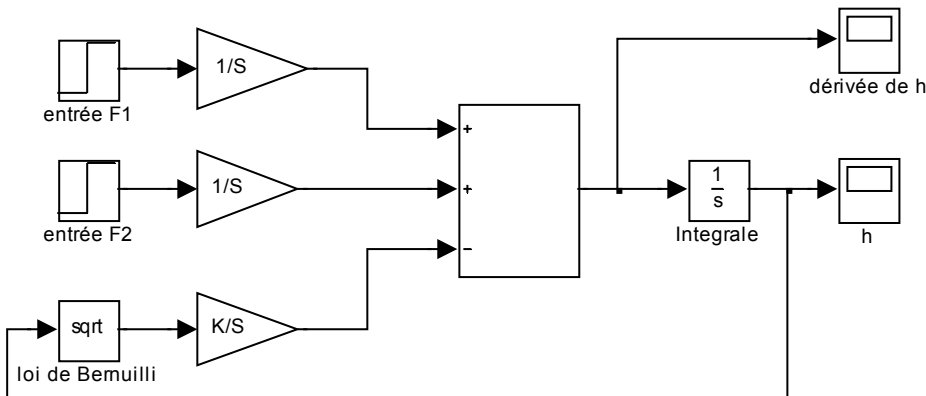


Figure 10.1 Simulation de l'équation (10.1)

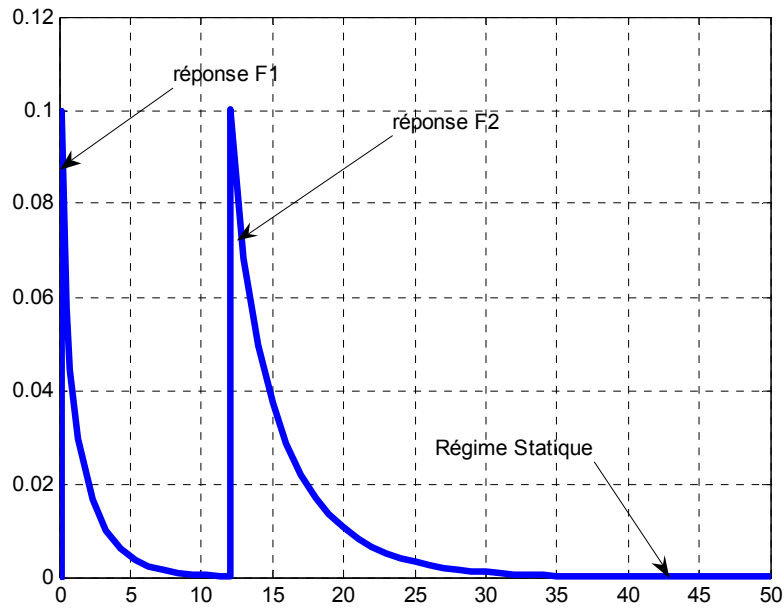


Figure 10.2 Résultats de la simulation de l'équation (10.1)

On remarque sur les résultats de simulation donnés à la figure 10.2 que $\left(\frac{dh}{dt}\right)_0 = 0$ en régime permanent donc :

$$\left(\frac{dh}{dt}\right)_0 = 0 \text{ soit } (F_1 + F_2)_0 = k \cdot \sqrt{h_0} \quad (10.4)$$

En appliquant la relation (10.3) à l'équation (10.1) montrer que nous obtenons :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{S} \cdot F_1 + \frac{1}{S} \cdot F_2 - \frac{(F_1 + F_2)_0}{2 \cdot S \cdot h_0} \cdot h \quad (10.5)$$

Q10.4 Que représente le terme $\frac{2 \cdot S \cdot h_0}{(F_1 + F_2)_0}$ dans l'équation (10.5) par rapport à la constante de temps du système ?

On posera pour la suite des calculs : $\tau = \frac{2 \cdot S \cdot h_0}{(F_1 + F_2)_0}$

Pour le développement limité de l'équation (10.2), nous constatons pour les mêmes raisons que précédemment : $(F_1 \cdot C_1 + F_2 \cdot C_2)_0 = k \cdot \sqrt{h_0} \cdot C_s$. soit $C_s = \frac{(F_1 \cdot C_1 + F_2 \cdot C_2)_0}{(F_1 + F_2)_0}$

Dans l'équation (10.2) nous avons 4 variables : $\frac{d(C_s \cdot h \cdot S)}{dt} = g(F_1, F_2, h, C_s)$

$$\text{Soit } S \cdot \frac{d(C_s \cdot h_0 + C_{s0} \cdot h)}{dt} = \left(\frac{\partial g}{\partial F_1}\right)_0 F_1 + \left(\frac{\partial g}{\partial F_2}\right)_0 F_2 + \left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_0 h + \left(\frac{\partial g}{\partial C_s}\right)_0 C_s \quad (10.6)$$

Q10.5 Vérifier qu'en remplaçant les dérivées partielles dans (10.6) et l'équation (10.4) nous trouvons l'expression « linéarisée » :

$$\frac{dC_s}{dt} = \frac{C_1 - C_{s0}}{S \cdot h_0} \cdot F_1 + \frac{C_2 - C_{s0}}{S \cdot h_0} \cdot F_2 - \frac{1}{\tau} \cdot C_s \quad (10.7)$$

Amélioration du modèle de connaissance : le système est un système à constante répartie qui introduit un retard et une non linéarité sur la concentration. Les relations entre la concentration, le temps et la position dans le bassin sont données par la relation suivante :

$$\frac{\partial c(x, y, z, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (-D \cdot \vec{\nabla}(c)) = 0 \quad (10.8)$$

Où $c(t, x, y, z)$ représente la concentration dans le bassin, $\vec{\nabla}(c)$ est un opérateur :

$$\bar{\nabla}(c) = \frac{\partial c(x, y, z)}{\partial x} \bar{x} + \frac{\partial c(x, y, z)}{\partial y} \bar{y} + \frac{\partial c(x, y, z)}{\partial z} \bar{z} \text{ et } \bar{\nabla} \cdot \bar{F}(x, y, z) \text{ est la divergence du vecteur } \bar{F}(x, y, z),$$

D est le coefficient de diffusion. Pour des raisons de symétrie et de simplification, le système peut se limiter à une étude sur un domaine limité à une dimension (la longueur du bassin). On suppose que la concentration ne dépend pas de la profondeur (profondeur constante) et est également uniforme sur la largeur du bassin. Dans ces conditions, l'équation générale (10.8) peut se réduire à l'équation (10.9) :

$$\frac{\partial c(x, t)}{\partial t} - D \cdot \frac{\partial^2 c(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (10.9)$$

La résolution de cette équation peut se faire numériquement, il suffit de considérer que la concentration $c(t, x)$ est constante sur un espace $dx = \Delta l = \frac{L}{n}$ en « découpant » la longueur du bassin en n tronçons.

Q10.6 Montrer dans ces conditions que :

$$\frac{\partial^2 c(x, t)}{\partial x^2} = \frac{c(x + 2\Delta l, t) - 2c(x + \Delta l, t) + c(x, t)}{(\Delta l)^2}$$

En posant $c(k\Delta l, t) = c_k(t)$ et les conditions aux limites $c_0(t) = U(t)$ ($U(t)$ est la fonction « échelon ») et $c_n(t) = 0$.

Q10.7 Montrer que l'équation (10.9) peut s'écrire sous forme d'un système d'équation d'état :

$$\frac{d\bar{X}(t)}{dt} = \frac{D}{(\Delta l)^2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 \end{bmatrix} \bar{X}(t) + \frac{D}{(\Delta l)^2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \bar{U}(t)$$

$$c_n(t) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] \bar{X}(t)$$

Dans le cas où la condition initiale $c_n(0)$ n'est pas nulle comment peut-on modéliser le système ?

D'autre part l'absorption du chlore se fait en surface au contact de l'air et dépend de la concentration. La simulation du modèle ainsi établit est donnée par les courbes suivantes :

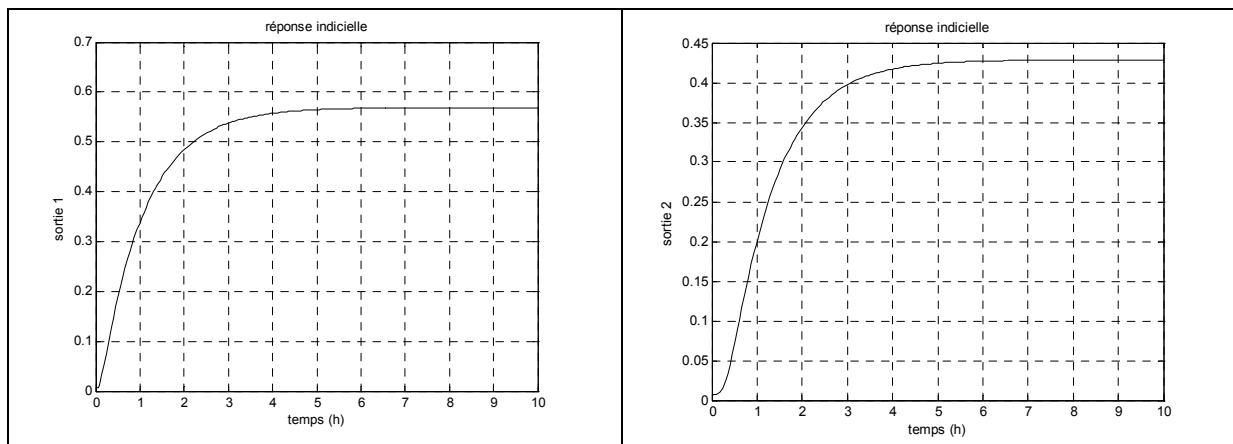


Figure 10.3 Simulation de la diffusion du chlore dans la piscine

Q10.8 Sur la figure 10.3, la courbe « sortie 1 » donne la concentration au milieu du bassin et la courbe « sortie 2 » donne la concentration au bout du bassin, expliquer les différences notables entre ces deux courbes.

On considère que la mesure de la concentration se fait sur le bout du bassin, on peut établir un modèle de comportement en identifiant le système par la méthode de Strejc.

11- Identification de la fonction de transfert de la piscine

Q11.1 L'enregistrement donné à la figure 11.1 rapporte la réponse du bassin à un échelon d'injection de chlore. Faire un schéma bloc montrant les différents actionneurs et capteur qui interviennent dans ce test.

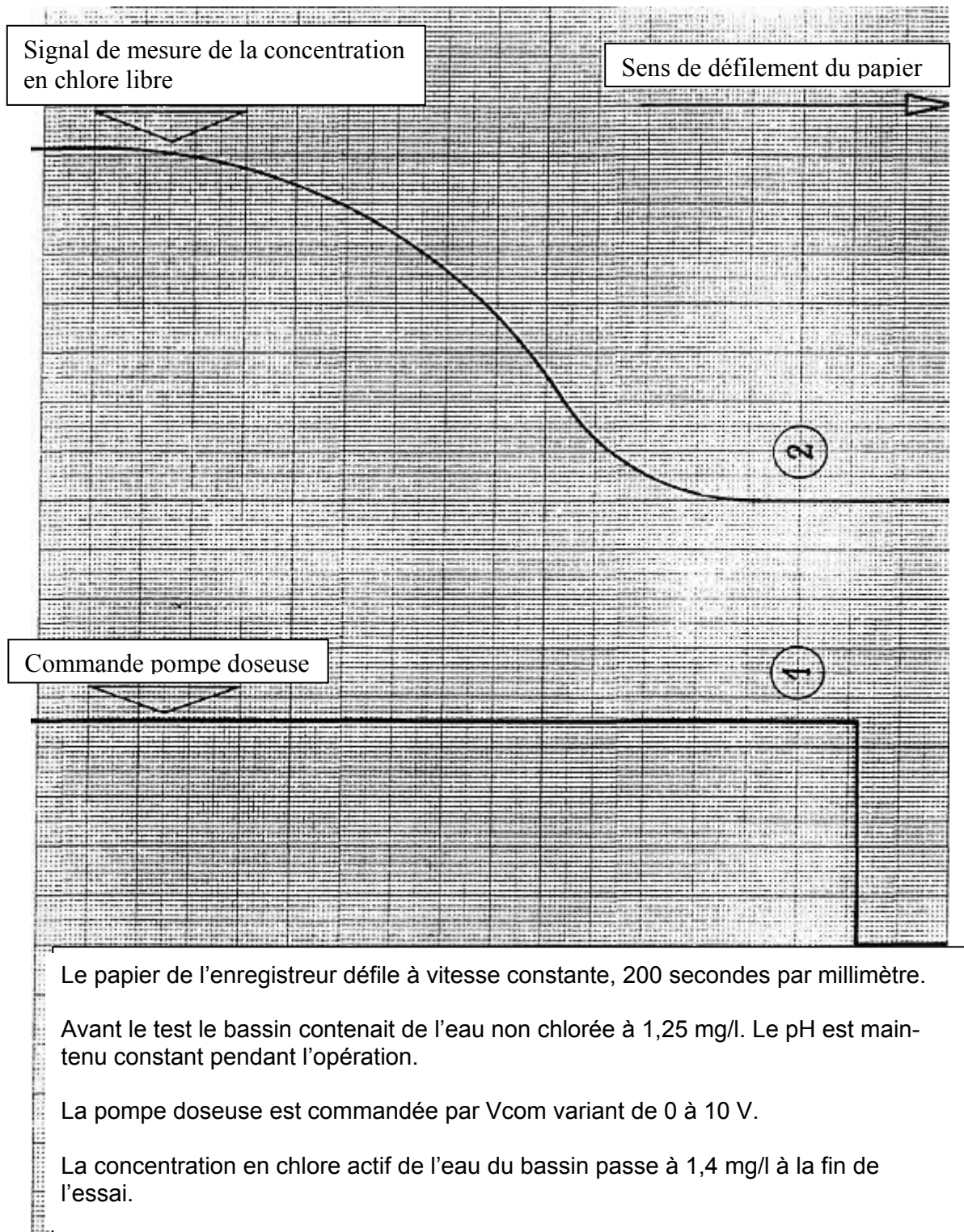


Figure 11.1 réponse du bassin à un échelon d'injection de chlore

Q11.2 Compte tenu des valeurs des constantes de temps caractéristiques de l'essai, le temps de réponse de la sonde intervient-il ? En déduire la fonction de transfert de la sonde $ks(p) = V_{CL2}(p) / C_{CL2}(p)$.

Q11.3 Identifier le comportement du processus à une fonction approchée par la méthode de Strejc. Celle-ci permet d'obtenir un modèle approché d'un système qui présente un retard et ne comporte qu'un seul point d'inflexion. La fonction de transfert approchée est la suivante : $G = K_0 \cdot e^{-\sigma p} / (1 + T \cdot p)^n$

Les paramètres K_0 , n , σ et T sont à déterminer à partir de la réponse à un échelon (voir figure 11.2) On détermine K_0 par le rapport entre la valeur statique de la sortie après l'échelon et l'amplitude de l'échelon en entrée. T et n sont tirés du tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6
tu/ta	0	0,104	0,218	0,319	0,410	0,493
ta/T	1	2,718	3,695	4,463	5,119	5,699

Si on obtient une valeur exacte de n alors $\sigma = tr$. Sinon on prend la valeur de n immédiatement inférieure.

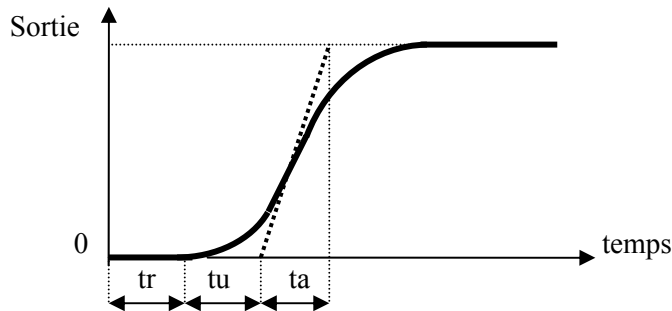


Figure 11.2

Appliquer la méthode à l'enregistrement de la réponse à un échelon représenté à la figure 11.1. Faire apparaître la construction sur le document réponse 3.

Q11.4 Tracer les diagrammes de Bode du gain et de la phase de $G(j\omega)$ sur le document réponse 4.

Q11.5 On place un correcteur $C(p) = kc(1 + T_{ip}) / T_{ip}$. Quelle est la nature de ce correcteur ?

Q11.6 Faire le schéma bloc à retour unitaire du système.

Q11.7 Tracer les diagrammes de Bode de $C(j\omega) \times G(j\omega)$ sur le document réponse 5.

Q11.8 Proposer une valeur de réglage du correcteur pour obtenir une marge de phase de 45° .

Q11.9 Un prédictiveur de Smith est associé au correcteur précédent.

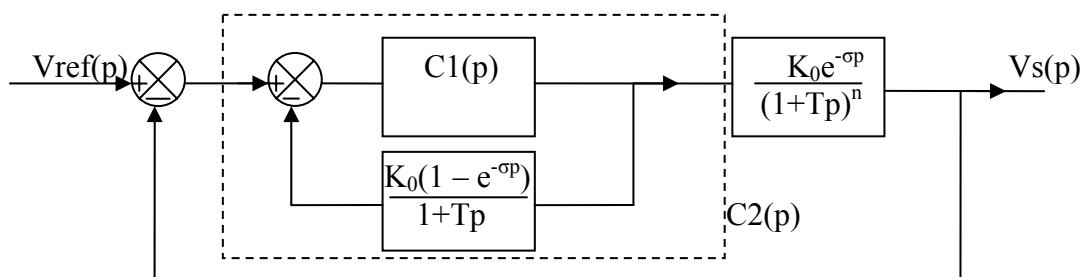


Figure 11.3 Prédictiveur de Smith

Dans le schéma représenté à la figure 11.2, $C1(p) = Kp(1 + 1 / T_p)$.
Déduire du schéma bloc de la figure 11.3 celui de la figure 11.4

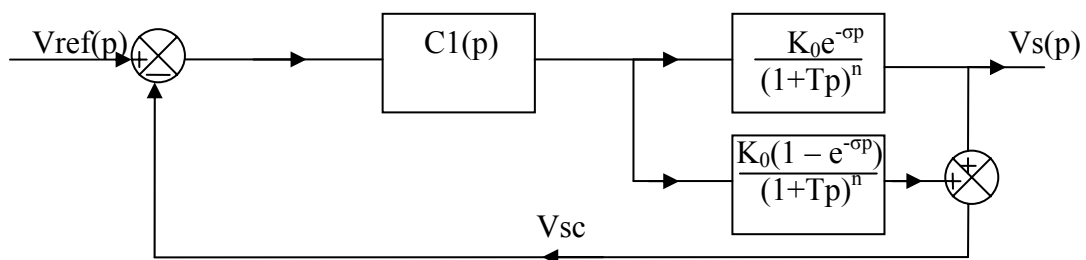


Figure 11.4 Prédictiveur de Smith

Q11.10 Montrer que le signal de retour V_{sc} se fait sans retard.

Q11.11 Quand les filtres du système de filtration de la piscine sont encrassés le débit peut baisser de 30%. Quel paramètre du processus est alors modifié ? La stabilité de la régulation reste-elle satisfaisante ? Conclure à propos de la validité des réglages des correcteurs.

Q11.12 Rappeler la notion de robustesse.

12- Modélisation de la régulation du chlore actif dans la piscine

On suppose que la régulation du pH est parfaite et de consigne 7,3. La consigne de chlore actif (HClO) est fixée à 1 mg/l.

Q12.1 Faire le schéma bloc de la régulation du chlore actif fondée sur le processus étudiée au paragraphe précédent.

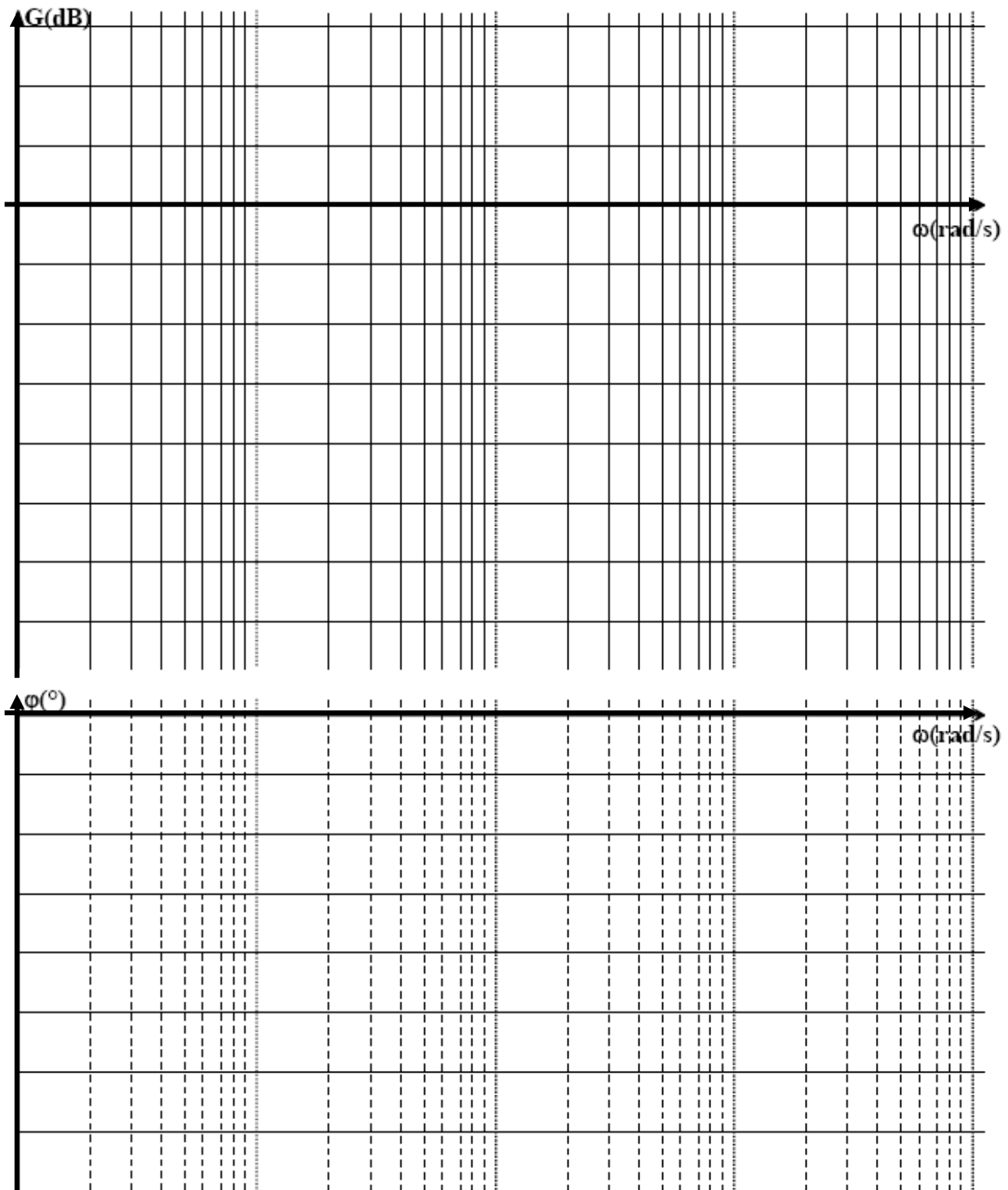
Q12.2 Si le pH varie, il constitue une perturbation pour la régulation du chlore actif. Faire apparaître cette perturbation dans le schéma fonctionnel.

Q12.3 La régulation du pH dispose d'une correction intégrale. Mais le capteur dérive de 0,1 pH par mois, cette dérive est corrigée lors de l'opération de maintenance mensuelle. Quelle est l'incidence de cette erreur de pH sur la concentration du chlore actif (HClO) ?

Q12.4 Chaque baigneur introduit des polluants dans le bassin. La désinfection consomme en moyenne 10 g/heure de chlore actif par baigneur. La fréquentation moyenne du bassin étudié est de 50 baigneurs. Introduire cette perturbation dans le schéma fonctionnel.

Q12.5 L'eau de javel utilisée présente une concentration qui peut évoluer de 10% selon l'approvisionnement. La robustesse de la régulation est-elle affectée par ces variations ?

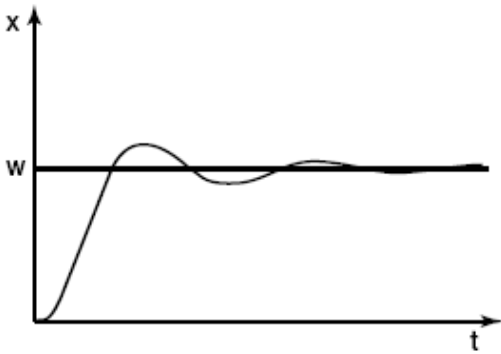
Document réponse 1 (question 8.4)



Document réponse 2 (question 9.3)

Réglages du PID

Sur les tracés suivants, x est la teneur en C_{CL2} du bassin, W est la consigne de C_{CL2} .



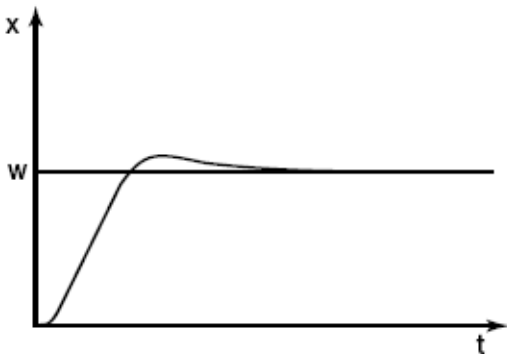
Réponse 1

P ? :
Ti ? :
Td ? :



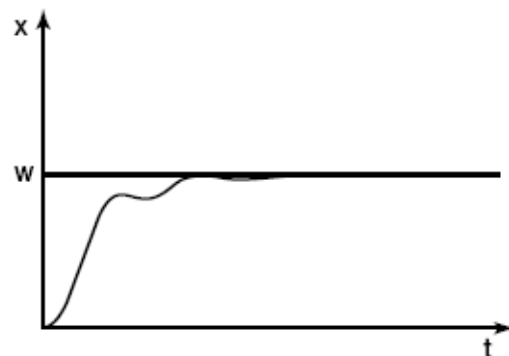
Réponse 2

P ? :
Ti ? :
Td ? :



Réponse 3

P ? :
Ti ? :
Td ? :



Réponse 4

P ? :
Ti ? :
Td ? :

Document réponse 3 (question 11.3)

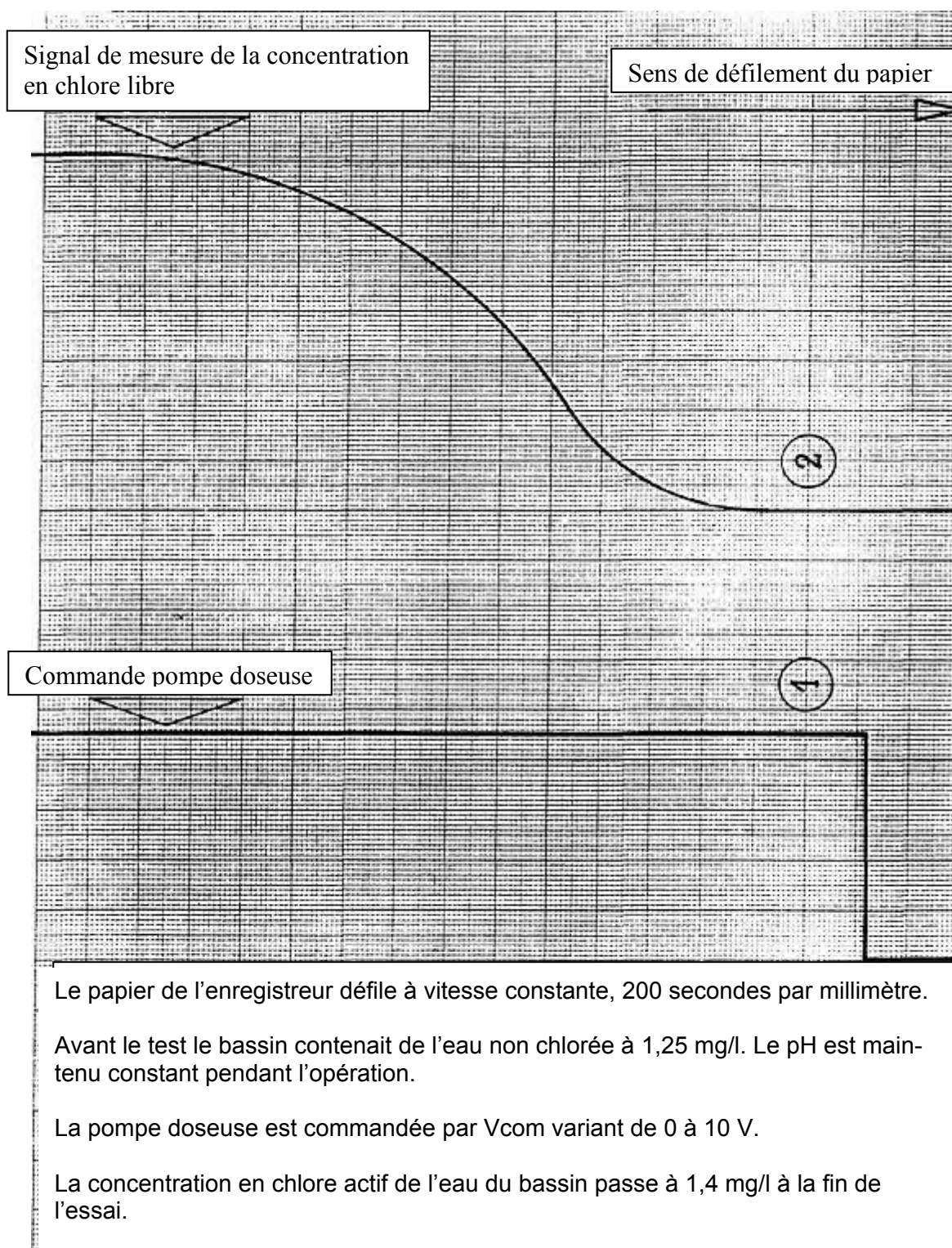
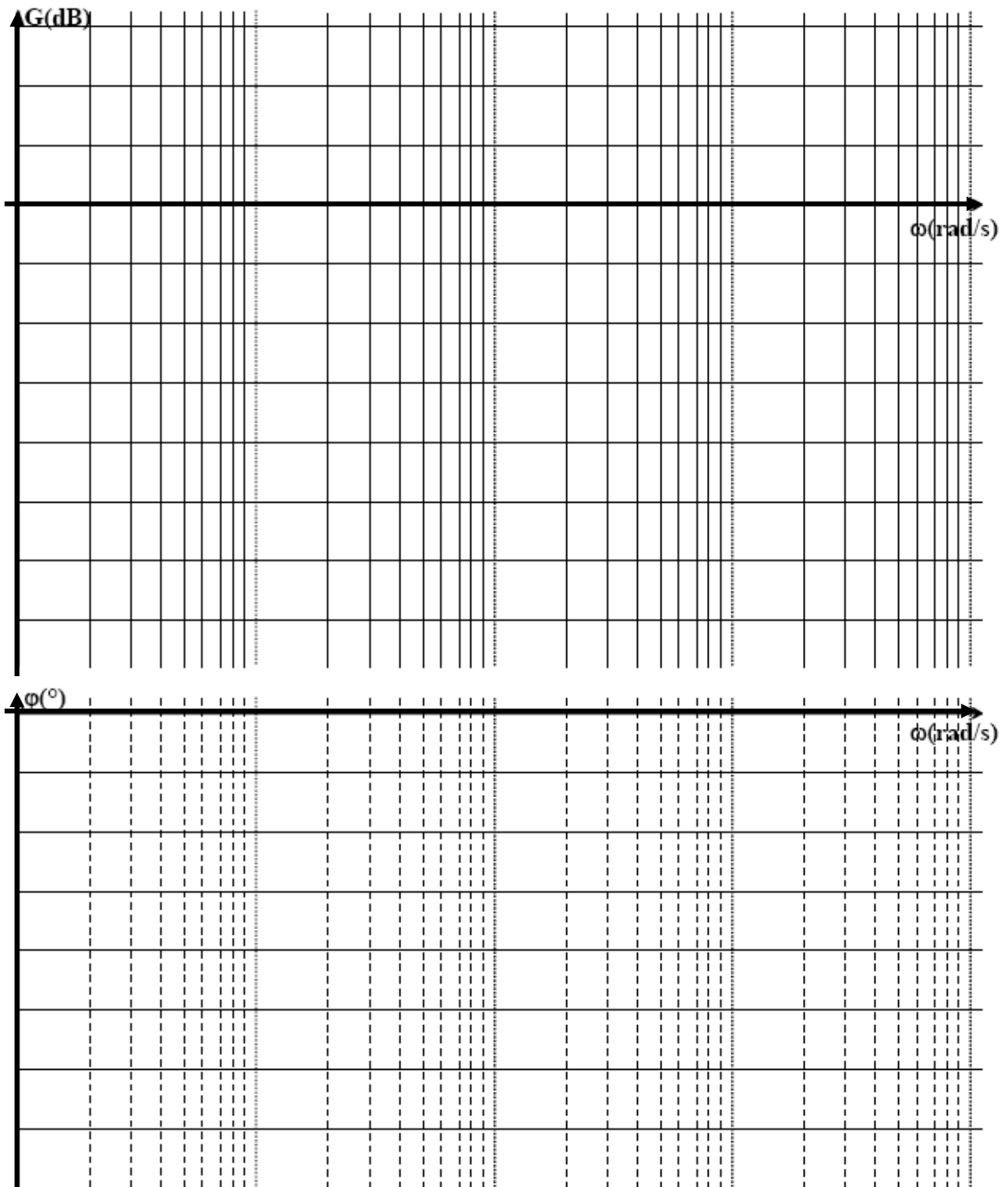


Figure 11.1

Document réponse 4 (question 11.4)



Document réponse 5 (question 11.7)

