

ELEMENTS DE CORRIGE

Partie A

A1 Vitesses et distances

A1.1 mouvement uniformément accéléré :

$$\gamma_{(tn)} = a$$

$$V_{(tn)} = a[t_n - t_{n-1}] + v_{(tn-1)}$$

$$d_{(tn)} = a \frac{[t_n - t_{n-1}]^2}{2} + v_{(tn-1)} [t_n - t_{n-1}] + d_{(tn-1)}$$

A1.2 Tableau vitesses et distances. Voir corrigé DR1

A1.3 Voir corrigé DR2

A1.4 coefficient de réduction de vitesse global (Gred)

$$Gred = \frac{V}{\Omega_M} = \frac{V}{\Omega_T} \frac{\Omega_T}{\Omega_R} \frac{\Omega_R}{\Omega_M} = \frac{\Phi_{tamb}}{2} \times red \times \frac{\Phi_{PM}}{\Phi_{PR}} = \frac{0,33}{2} \times \frac{1}{38,12} \times \frac{96}{88} = 4,722 \times 10^{-3}$$

A1.5 Voir corrigé DR2.

A2 Inerties.

A2.1 Moment d'inertie d'un cylindre et d'un volant creux.

$$J = \int r^2 dm = \int r^2 \rho_m dv \quad \text{avec } dv = 2.\pi.h.r.dr$$

$$\text{En intégrant sur l'intervalle } [0 ; R] \text{ on obtient } J = 2\pi h \rho_m \frac{R^4}{4}$$

On peut remarquer que la masse $M = .\pi.R^2.h.\rho_m$

$$\text{d'où } J = \frac{1}{2} MR^2$$

A2.2 Mobile en translation ; énergie cinétique $E_{CT} = \frac{1}{2} Mv^2$

avec M : masse totale en kg et v : vitesse linéaire du mobile en m/s

Mobile en rotation, énergie cinétique $E_{CR} = \frac{1}{2} J\Omega^2$

avec J : inertie du mobile en rotation en kg.m² et Ω : vitesse angulaire du mobile en rad/s.

A2.3 Voir corrigé tableau 2 document DR1

Inertie totale J_T ramenée sur l'arbre moteur.

$$E_{C_{totale}} = E_{C_{moteur}} + E_{C_{PM}} + E_{C_{PR}} + E_{C_{red}} + 2.E_{C_{tamb}} + E_{C_M}$$

$$E_{C_{totale}} = \frac{1}{2} J_T \Omega_M^2$$

$$A2.4 \quad J_T = \frac{2 \times E_{C_{totale}}}{\Omega_M^2}$$

Valeur numérique J_T : $J_T = 377,7 . 10^{-4} \text{ kgm}^2$

A2.5 Contribution de chaque élément à l'inertie totale.

Voir corrigé tableau 2 document DR1

Le réducteur permet de réduire considérablement l'inertie de la charge.

Le rotor du moteur et la masse entraînée représentent 81% de l'inertie totale.

Les inerties des pignons ne sont pas négligeables, si on les ajoute, on obtient 97% de l'inertie totale

A2.6 Expression littérale de J_T

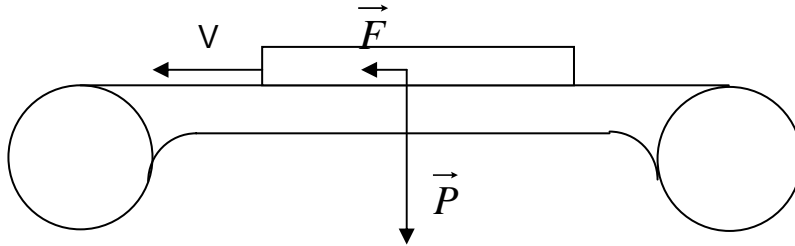
$$J_T = J_M + J_{PM} + J_{PR} \left(\frac{\Phi_{PM}}{\Phi_{PR}} \right)^2 + J_{red} \left(\frac{\Phi_{PM}}{\Phi_{PR}} \right)^2 + 2J_{tamb} \left(\frac{\Phi_{PM}}{\Phi_{PR}} \times red \right)^2 + M \left(\frac{\Phi_{tamb}}{2} \frac{\Phi_{PM}}{\Phi_{PR}} \times red \right)^2$$

A3 Couple et puissance.

A3.1 Loi fondamentale de la dynamique

$$\Gamma_M = \Gamma_R + J_T \frac{d\Omega_M}{dt} = \Gamma_R + J_T \frac{\pi}{30} \frac{dN_M}{dt}$$

A3.2 Effort statique F (en régime établi) pour déplacer la charge.



La masse totale M_T à déplacer est constituée de l'ensemble des tuiles, des supports réfractaires, des claies et de la bande transporteuse.

$$\|\vec{P}\| = M_T \times g \quad \text{avec } g = \text{accélération terrestre} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\|\vec{F}\| = M_T \times g \times 0,25 = (4 \times 50 + 32 \times 6,3 + 32 \times 6 + 46) \times 9,81 \times 0,25 = 1568,6 \text{ N}$$

Calcul du couple résistant Γ_R

Hypothèse : tous les rendements = 1

La puissance utile au déplacement de la masse M est égale à la puissance utile fournie par le moteur.

$$P_u = F \times V = \Gamma_R \times \Omega_M$$

$$\text{D'où } \Gamma_R = F \times \frac{V}{\Omega_M} = F \times Gred = 1568,6 \times 4,722 \times 10^{-3} = 7,4 \text{ Nm}$$

A3.3 Calcul et allure du couple mécanique

$$\text{Accélération } \Gamma_M = \Gamma_R + J_T \frac{d\Omega_M}{dt} = 21 \text{ Nm}$$

Régime établi grande vitesse $\Gamma_M = 7,4 \text{ Nm}$

Décélération $\Gamma_M = -6,2 \text{ Nm}$

Régime établi petite vitesse $\Gamma_M = 7,4 \text{ Nm}$

Allure : voir corrigé document réponse DR2.

A3.4 Fonctionnement générateur ou récepteur

Voir corrigé document réponse DR2.

Choix du variateur

On fait apparaître 2 quadrants de fonctionnement. Cela nécessite un variateur réversible en courant :

- Soit par renvoi de l'énergie sur le réseau (ce n'est pas la solution retenue dans ces gammes de variateur).
- Soit par stockage de l'énergie dans la condensateur de filtrage de l'alimentation (solution qui reste limitée car le stockage ne peut être infini, il y a élévation de la tension aux bornes du condensateur.....)
- Soit par dissipation de l'énergie sous forme thermique (résistance de freinage), c'est la solution adoptée dans cet équipement.

A3.5 Couple thermique équivalent.

$$\Gamma_{the} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1,2,\dots} C_i^2 \times t_i}{T}} \quad \text{avec } T \text{ période du cycle}$$

$$\Gamma_{the} = \sqrt{\frac{21^2 \cdot 0,8 + 7,4^2 \cdot 0,3 + 6,2^2 \cdot 0,7 + 7,4^2 \cdot 0,8}{3,8}} \approx 10,7 \text{ Nm}$$

Calculer la vitesse moyenne équivalente.

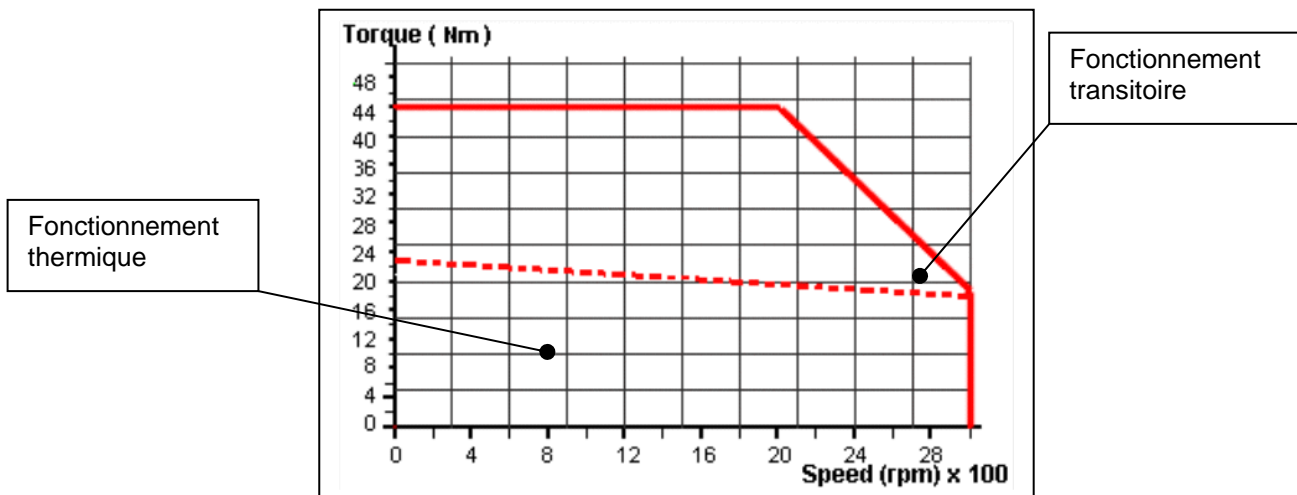
$$N_e = \frac{\sum_{i=1,2,\dots} N_i \times t_i}{T}$$

$$N_e = \frac{\frac{2750}{2} \cdot 0,8 + 2750 \cdot 0,3 + \frac{2750 - 344}{2} \cdot 0,7 + 344 \cdot 0,8}{3,8} = 801 \text{ trs / min}$$

A3.6 Documentation constructeur

Le point de fonctionnement maximal se trouve dans la zone de fonctionnement transitoire (2 750 trs/min ; 21 Nm).

Le point de fonctionnement thermique se trouve dans la zone de fonctionnement permanent (801 trs/min ; 10,7 Nm).



Partie B

B1. Etude du circuit inducteur.

B1.1. Théorème d'ampère : - $H_a \cdot l_a = H_e \cdot 2 \cdot e$

$$2 \cdot B_a \cdot h_a \cdot L = \left(\frac{\pi \cdot D}{2 \cdot p} - l_a \right) \cdot L \cdot B_e$$

$$B_a = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \cdot D}{2 \cdot p} - l_a \right) \cdot \frac{B_e}{h_a}$$

B1.2. $\Phi_t = 2 \cdot \Phi_a \rightarrow 2 \cdot B_a \cdot S_a = B_e \cdot S_e$ (compté juste si $(D+e)/2$ au lieu de $D/2$)

B1.3.

$$Ba = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \cdot D}{2 \cdot p} - la \right) \cdot \frac{\mu_0 \cdot He}{ha}$$

$$Ba = -\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \cdot D}{2 \cdot p} - la \right) \cdot \frac{la}{ha \cdot 2 \cdot e} \cdot \mu_0 \cdot Ha$$

$$Ba = -1,142 \cdot \mu_0 \cdot Ha = -14,355 \times 10^{-7} Ha$$

On trouve $Ba = 0,434$ T et $Ha = -302$ kA/m

B1.4. On a $Be = 0,633$ T > Ba avec $He = 503$ kA/m

$$B1.5. \quad Va = Sa \cdot la = \frac{Be \cdot Se}{2 \cdot Ba} \cdot \frac{He \cdot 2 \cdot e}{Ha} = \frac{\mu_0 \cdot He^2}{Ba \cdot Ha} \cdot Ve$$

Pour fournir He demandé dans Ve avec l'aimant le plus petit possible, il faut $|B \cdot H|$ maximum

B1.6. On a 302 kA/m au lieu de 250 kA/m et 0,434 T au lieu de 0,55. Il faudrait modifier mécaniquement le rotor pour obtenir le point optimal de l'aimant en conservant la même induction dans l'entrefer (diminuer la largeur de l'aimant par exemple).

Equation de la caractéristique de l'aimant. On multiplie par Ha puis on dérive l'expression obtenue par rapport à Ha .

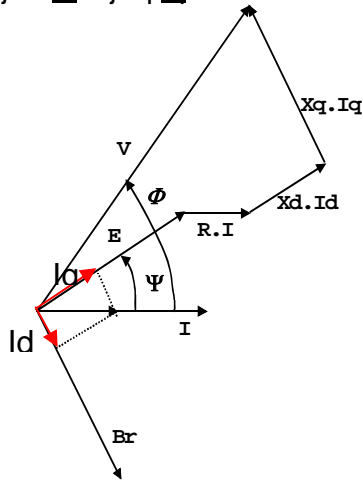
$$Ba = Bo - \frac{Bo}{|Ho|} \cdot |Ha|$$

$$\frac{d[Ba \cdot Ha]}{d(Ha)} = Bo - 2 \cdot \frac{Bo}{Ho} Ha = 0$$

$$Ba = \frac{Bo}{2}; \rightarrow et \rightarrow Ha = \frac{Ho}{2}$$

B2. modélisation de la machine

$$B2.1. \quad \underline{V} = \underline{E} + R \cdot \underline{I} + jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q$$



$$B2.2. \quad P_{em} = P_a - P_{js} = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos(\phi) - 3 \cdot R_s \cdot I^2$$

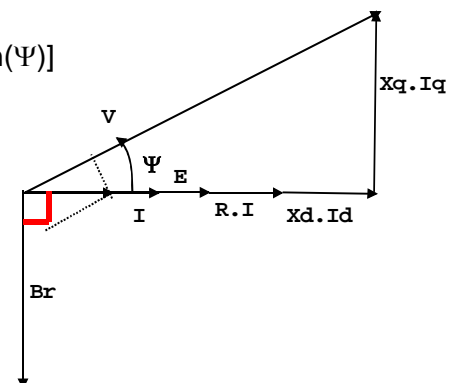
$$\text{or } V \cdot \cos(\phi) = E \cdot \cos(\psi) + R \cdot I + X_d \cdot I_d \cdot \cos(\psi) - X_q \cdot I_q \cdot \sin(\psi)$$

$$P_{em} = 3 \cdot [E \cdot I \cdot \cos(\psi) + X_d \cdot I^2 \cdot \sin(\psi) \cdot \cos(\psi) - X_q \cdot I^2 \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\psi)]$$

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{\Omega} \left[E \cdot I \cdot \cos(\psi) + (X_d - X_q) \cdot I^2 \cdot \frac{\sin(2\psi)}{2} \right]$$

B2.3. voir diagramme vectoriel ci-contre

$$B2.4. \quad \text{le déphasage est de } \pi/2 \quad \Gamma_{em} = \frac{3}{\Omega} [E \cdot I]$$



Partie C

Approche du comportement thermique de la machine synchrone.

C1. Modèle à un corps.

C11.1. Détermination du courant thermique I_{th}

A l'aide du couple thermique C_{th} on peut déterminer le courant efficace I en ligne

$$I = \frac{C_{th}}{K_T} = \frac{12}{0,73} = 16,4A$$

le constructeur donne la constante de temps thermique de 50 minutes et la résistance thermique de 0,3°C/W

$$C_c = \frac{\tau c}{R_c} = 10000J.K^{-1}$$

C11.2. le constructeur donne la résistance entre phase des enroulements R = 0,16 Ω.

Les pertes joules donnent la puissance thermique P_{th} par :

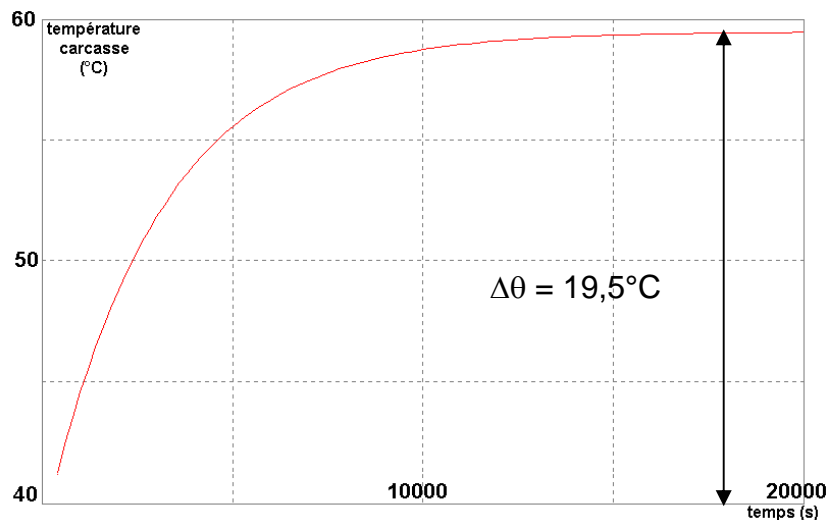
$$P_{th} = P_1 = \frac{3}{2} R I^2 = \frac{3}{2} \times 0,16 \times 16,4^2 = 64,8W \approx 65W$$

C12.1. Flux de chaleur constant dans le temps.

$$P_{th} = C_c \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta_c - \theta_a}{R_c}$$

$$\theta_c(t) = R_c \cdot P_1 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \theta_a \quad \text{avec } \tau = R_c \cdot C_c = 50 \text{ min} = 3\,000 \text{ s}$$

C12.2.



$$\theta_c(t) = 19,5(1 - e^{-\frac{t}{3000}}) + 40$$

C2. Modèle à deux corps.

C2.1. Flux de chaleur constant dans le temps P_{th} = P₁ (valeur déterminée au 1).

$$T_1 = \frac{(\theta_c - \theta_a)(p)}{(Pch)(p)} = \frac{R_c}{R_b C_b R_c C_c p^2 + (R_b C_b + R_c C_c + R_c C_b)p + 1}$$

$$T2 = \frac{(\theta_b - \theta_a)(p)}{(Pch)(p)} = (R_b + R_c) \frac{1 + \frac{R_b R_c}{R_b + R_c} C_c p}{R_b C_b R_c C_c p^2 + (R_b C_b + R_c C_c + R_c C_b) p + 1}$$

$$T1 = \frac{(\theta_c - \theta_a)(p)}{(Pch)(p)} = \frac{0,3}{450000 p^2 + 3450 p + 1} = \frac{0,3}{(p + 73,65 \cdot 10^{-4})(p + 3 \cdot 10^{-4})} = \frac{0,3}{(136 p + 1)(3314 p + 1)}$$

$$T2 = \frac{(\theta_b - \theta_a)(p)}{(Pch)(p)} = 0,45 \frac{(1000 p + 1)}{450000 p^2 + 3450 p + 1} = 0,45 \frac{(1000 p + 1)}{(136 p + 1)(3314 p + 1)}$$

C2.2. Constantes de temps τ_1 et τ_2

$$\tau_1 = 136 \text{ s} \quad \text{et} \quad \tau_2 = 3314 \text{ s}$$

$\tau_1 \ll \tau_2$ on peut donc négliger cette constante de temps et ainsi réduire les expressions T1 et T2

$$T1 = \frac{0,3}{(3314 p + 1)}$$

$$T2 = 0,45 \frac{(1000 p + 1)}{(3314 p + 1)}$$

C2.3. Réponse temporelle à un échelon de puissance $P1 = 65 \text{ W}$

Pour la carcasse

$$(\theta_c - \theta_a)(p) = \frac{0,3}{(3314 p + 1)} \times \frac{65}{p}$$

en repassant dans le domaine temporel on obtient :

$$(\theta_c - \theta_a)(t) = 0,3 \times 65 (1 - \exp(\frac{-t}{3314}))$$

$$\theta_c(t) = 19,5 (1 - \exp(\frac{-t}{3314})) + \theta_a$$

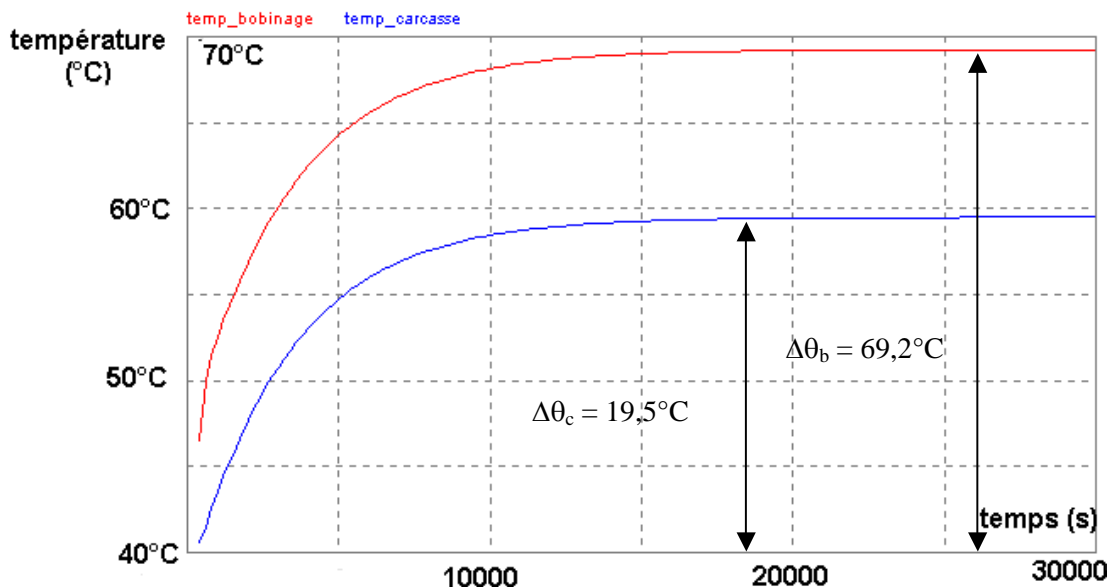
Pour les bobinages

$$(\theta_b - \theta_a)(p) = 0,45 \frac{(1000 p + 1)}{(3314 p + 1)} \times \frac{76}{p}$$

en repassant dans le domaine temporel on obtient

$$(\theta_b - \theta_a)(t) = 0,45 \times 76 (1 - \frac{10}{11} \exp(\frac{-t}{3314}))$$

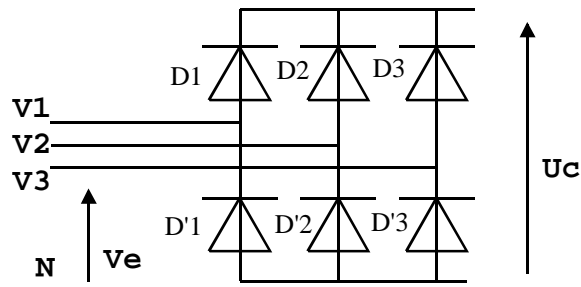
$$\theta_b(t) = 29,25 (1 - 0,91 \exp(\frac{-t}{3314})) + \theta_a$$



Partie D

D.1. Redressement

D1.1. Schéma de principe



D1.2. Voir Document DR3

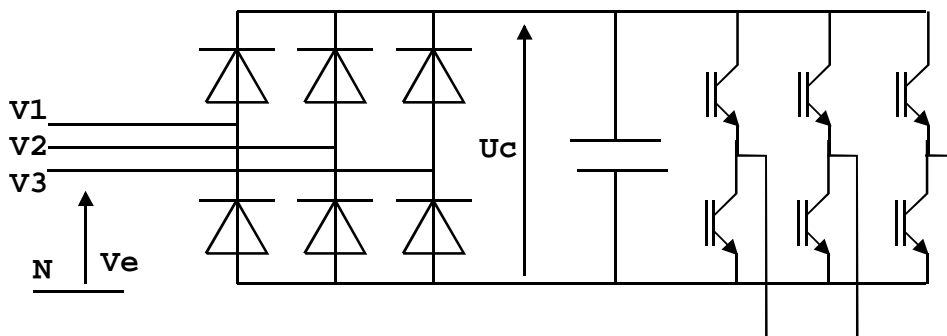
D1.3. $U_{cmoy} = 538 \text{ V}$

$$V_{max} := 230 \cdot \sqrt{2} \quad U_{cmoy} := 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot V_{max}$$

$$U_{cmoy} = 537.991$$

D1.4. Le courant en sortie du redresseur n'est pas constant. Le pont débite sur une charge capacitive.

L'inductance de ligne ne peut pas être négligée (règle d'association des sources).



D.2. Etude harmonique

D2.1 valeur efficace :

$$I := 40 \quad I_{eff} := \frac{I}{\sqrt{3}} \quad I_{eff} = 23.094$$

D2.2 fondamental et taux de distorsion

Calcul du fondamental :

$$I_{e1} := \frac{2}{\pi} \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} I \cdot \sin(\theta) \, d\theta + \int_{\frac{2 \cdot \frac{\pi}{3}}}{\frac{5 \cdot \frac{\pi}{6}}}} I \cdot \sin(\theta) \, d\theta \right] \quad I_{e1} = 22.053$$

La relation finale est: $I_{e1} := \frac{\sqrt{3} \cdot I}{\pi} \quad I_{e1} = 22.053$

$$I_{e1eff} := \frac{I_{e1}}{\sqrt{2}} \quad I_{e1eff} = 15.594$$

$$\phi = \pi / 12$$

Taux de distorsion harmonique en courant $\text{ThdI} := \frac{\sqrt{I_{\text{eff}}^2 - I_{e1\text{eff}}^2}}{I_{e1\text{eff}}}$ $\text{ThdI} = 1.092$

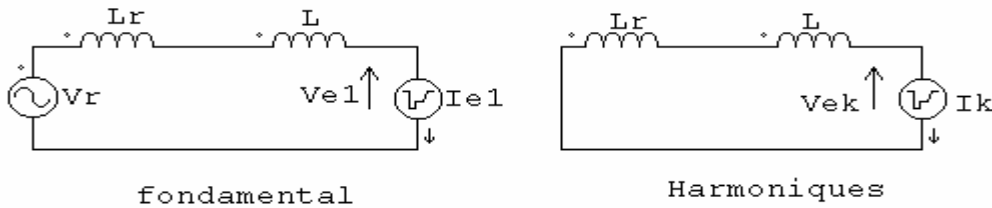
D2.3 Puissance absorbée :

$V_{\text{eff}} = 230V$

$P_a := 3 \cdot V_{\text{eff}} I_{e1\text{eff}} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ $P_a = 1.039 \cdot 10^4$

Facteur de puissance $F_p := \frac{P_a}{3 \cdot V_{\text{eff}} I_{e1\text{eff}}}$ $F_p = 0.652$

D2.4 Schéma équivalent



D2.5 Ceci augmente l'empiètement ainsi que les chutes de tension en ligne

D2.6 Chute de tension

Il faut tracer le diagramme de Fresnel. Le fondamental du courant est en retard de $\pi/6$ sur la tension.

$L := 2 \cdot 10^{-3}$ $\phi := \frac{\pi}{6}$ $V_r := 230$ $I_{e1\text{eff}} := \frac{I_{e1}(1)}{\sqrt{2}}$

$U_{l1} := I_{e1\text{eff}} L \cdot 314$ $U_{l1} = 9.793$

$V_a := \sqrt{V_r^2 - (U_{l1} \cdot \cos(\phi))^2} - U_{l1} \cdot \sin(\phi)$ $V_a = 224.947$

D2.7 taux de distorsion harmonique en tension on trouve 13,6%

$L_r := 150 \cdot 10^{-6}$ $I_{k5} := 94$ $I_{k7} := 67$ $\omega := 314$

$U_{lr5} := 5 \cdot L_r \cdot \omega \cdot I_{k5}$ $U_{lr7} := 7 \cdot L_r \cdot \omega \cdot I_{k7}$

$\text{ThdV} := \frac{\sqrt{U_{lr5}^2 + U_{lr7}^2}}{230}$ $\text{ThdV} = 0,136$

D2.8 Calcul de Lf et Cf

$\frac{1}{\sqrt{L_f \cdot C_f}} = 5 \cdot \omega$ $Z = \frac{1}{j \cdot C_f \cdot \frac{25}{24} \cdot \omega}$

$Z_{f1}(C) := \frac{1}{(C) \cdot \frac{25}{24} \cdot 314}$ $C := 20 \cdot 10^{-6}$

$\text{racine}\left(\frac{230}{Z_{f1}(C)} - 1, C\right) = 1.329 \cdot 10^{-5}$

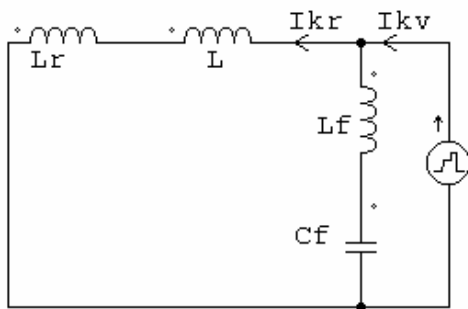
$C := 1.329 \cdot 10^{-5}$ $L := 20 \cdot 10^{-3}$

$\text{racine}\left(\frac{1}{\sqrt{L \cdot C \cdot 2 \cdot \pi}} - 250, L\right) = 0.03$

Vis-à-vis du 50 Hz, l'impédance du filtre est la suivante :

Condensateur : $C_f = 13,3 \mu\text{F}$
 L'inductance $L_f = 30 \text{ mH}$

D2.9 Fonction de transfert



Filtre en aval

$f := 10, 11 \dots 400$

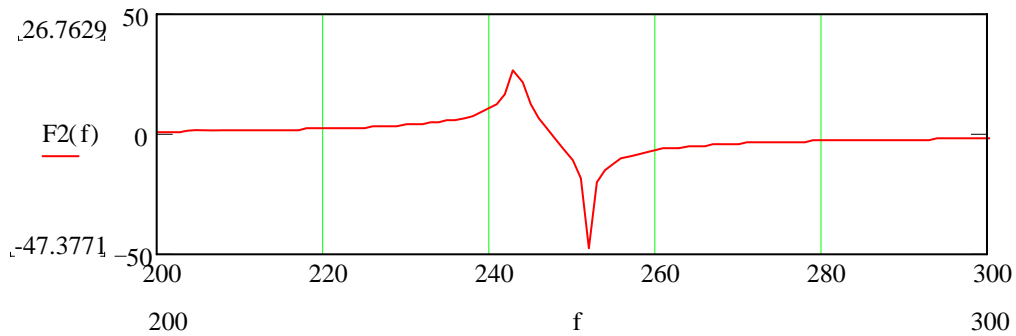
$$L_r := 150 \cdot 10^{-6} \quad L := 2 \cdot 10^{-3} \quad L_f := 30 \cdot 10^{-3} \quad C_f := 13.3 \cdot 10^{-6}$$

Filtre en aval

$$F_2(f) := 20 \cdot \log \left[\frac{1 - L_f C_f (2 \cdot \pi \cdot f)^2}{1 - (L_f + L_r + L) \cdot C_f (2 \cdot \pi \cdot f)^2} \right] - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{(L_r + L_f + L) \cdot C_f}} = 243.391$$

D2.10 Tracé de la fonction de transfert

Filtre en aval



E - Etude de la MLI vectorielle.

E.1 équations de tension V_{AB} , V_{BC} et V_{CA} par rapport au point 0.

$$V_{AB} = V_{A0} - V_{B0}$$

$$V_{BC} = V_{B0} - V_{C0}$$

$$V_{CA} = V_{C0} - V_{A0}$$

E.2 équations V_{AN} , V_{BN} et V_{CN} en fonction de V_{AB} , V_{BC} et V_{CA} .

$$V_{AN} = \frac{1}{3}(V_{AB} - V_{CA})$$

$$V_{BN} = \frac{1}{3}(V_{BC} - V_{AB})$$

$$V_{CN} = \frac{1}{3}(V_{CA} - V_{BC})$$

E.3 équations V_{AN} , V_{BN} et V_{CN} en fonction de V_{A0} , V_{B0} et V_{C0} .

$$V_{AN} = \frac{1}{3}(V_{AB} - V_{CA}) = \frac{1}{3}(V_{A0} - V_{B0} - V_{C0} + V_{A0}) = \frac{1}{3}(2V_{A0} - V_{B0} - V_{C0})$$

$$V_{BN} = \frac{1}{3}(2V_{B0} - V_{C0} - V_{A0})$$

$$V_{CN} = \frac{1}{3}(2V_{C0} - V_{A0} - V_{B0})$$

E.4 Ecrire les équations de $V_{S\alpha}$ et $V_{S\beta}$ en fonction de V_{AN} , V_{BN} et V_{CN} .

$$V_{S\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[V_{AN} - \frac{1}{2}(V_{BN} + V_{CN}) \right]$$

$$V_{S\beta} = \frac{\sqrt{2}}{2}(V_{BN} - V_{CN})$$

E.5 3 variables d'entrée donc 8 combinaisons possibles à étudier.

Voir document réponse DR5

E.6 Voir documents réponses DR5 et DR6.

E.7 T_2 et T_1 en fonction de T , E , $V_{S\alpha}$ et $V_{S\beta}$

$$T_2 = \frac{\sqrt{2}V_{S\beta}T}{E}$$

$$T_1 = \frac{\sqrt{6}V_{S\alpha} - \sqrt{2}V_{S\beta}T}{2E}$$

$$T_0 = T - T_1 - T_2$$

E.8 Voir document réponse DR6

E.9 Voir document réponse DR7.

Corrigé Document Réponse DR1

Vitesses et distances :

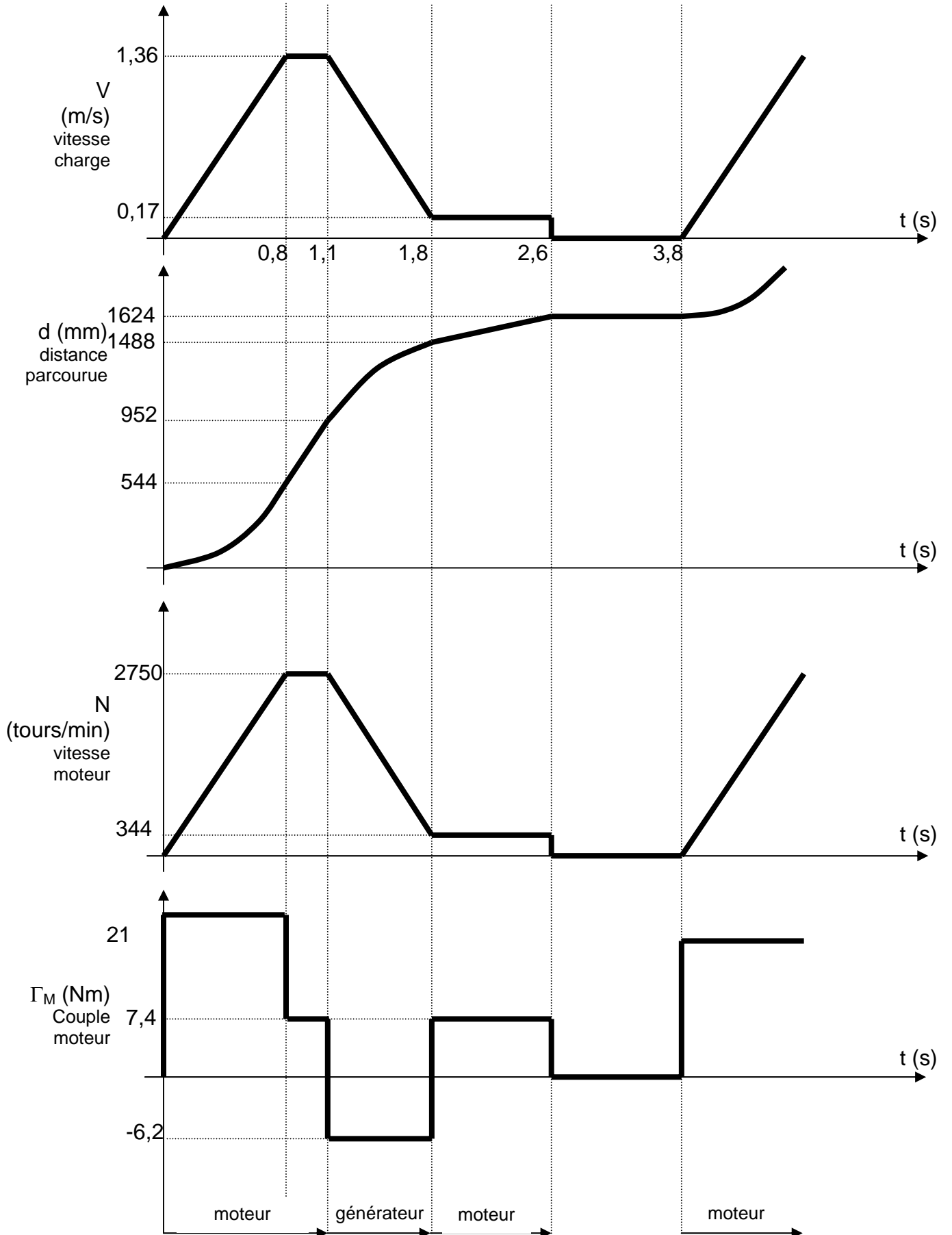
	0	0,8	1,1	1,8	2,6	3,8
						t(s) →
temps écoulé Δt (s)	0,8	0,3	0,7	0,8	1,2	
accélération γa (m/s ²)	1,7	0	-1,7	0	0	
vitesse de la charge atteinte à la fin du temps écoulé Δt (m/s)	1,36	1,36	0,17	0,17	0	
distance parcourue sur le temps écoulé Δt (mm)	554	398	536	136	0	
distance parcourue cumulée (mm)	554	952	1 488	1 624	1 624	

Tableau 1

	Energie cinétique E_c (J)	% E_c
Moteur	671,8	42,9
Poulie moteur	136,0	8,7
Poulie réducteur	113,5	7,3
Réducteur	10,5	0,7
Les 2 tambours	41,4	2,6
Charge + bande	592,0	37,8
Total	1 564,7	100,0

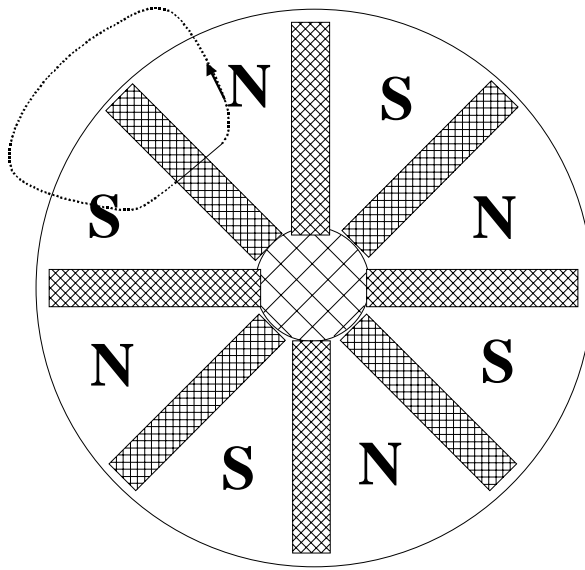
Tableau 2

Corrigé Document Réponse DR2



Corrigé Document Réponse DR3

B1.2



D1.2

Document Réponse DR

