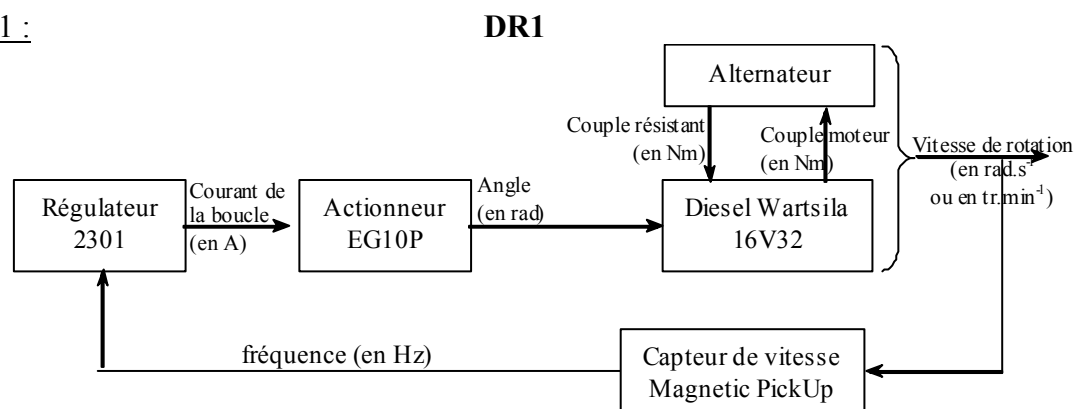


I – 1 : Présentation générale

I.1.1 :



I.1.2 :

$$f=60\text{Hz}$$

I.1.3 :

$$N_{\text{nom}} = 720 \text{ tr.min}^{-1}$$

$$\Omega_{\text{nom}} = 24\pi = 75,39822369 \text{ rad.sec}^{-1}$$

$$\Omega_{\text{nom}} = 75,4 \text{ rad.sec}^{-1}$$

I.1.4 :

$$P_{\text{dies max}} = 7,2 \text{ MW}$$

I.1.5 :

$$\Gamma_{\text{dies max}} = \frac{P_{\text{dies max}}}{\Omega_{\text{nom}}} = \frac{7,2 \cdot 10^6 \text{ W}}{24\pi \text{ rad.sec}^{-1}} = 95492,96586 \text{ N.m}$$

$$\Gamma_{\text{dies max}} = 95,5 \text{ kNm}$$

I.1.6 :

$$S_{\text{alt nom}} = 6,7 \text{ MVA} \quad \text{donc} \quad P_{\text{alt nom}} = 0,8 \times 6,7 \text{ MW} = 5,36 \text{ MW.}$$

$$P_{\text{alt nom}} = 5,36 \text{ MW}$$

I.1.7 :

$$P_{\text{alt max}} = P_{\text{alt nom}} + 10\% = 5,36 \text{ MW} \times 1,1 = 5,896 \text{ MW.}$$

$$P_{\text{alt max}} = 5,9 \text{ MW}$$

I.1.8 :

$$\Gamma_{\text{dies nom}} = \frac{P_{\text{alt nom}}}{\Omega_{\text{nom}}} = \frac{5,36 \cdot 10^6 \text{ W}}{24\pi \text{ rad.sec}^{-1}} = 71089,20791 \text{ N.m}$$

$$\Gamma_{\text{dies nom}} = 71 \text{ kNm}$$

I.1.9 :

$$p = \frac{\omega}{\Omega_{\text{nom}}} = \frac{2\pi f}{\Omega_{\text{nom}}} = \frac{2\pi \cdot 60 \text{ Hz}}{24\pi \text{ rad.sec}^{-1}} = 5$$

$$p=5$$

I – 2 : Modélisation de l'actionneur

I.2.1 :

$$\text{Plage de courant} = 160\text{mA} - 20\text{mA} = 140\text{mA} = 0,14\text{A}$$

$$\text{Plage de courant} = 0,14\text{A}$$

I.2.2 :

$$\text{Plage angulaire nominale disponible} = 42^\circ = 0,73303828 \text{ rad}$$

$$\text{Plage angulaire nominale disponible} = 0,733 \text{ rad}$$

I.2.3 :

$$H_{EG}(p) = \frac{K_{EG}}{1 + \tau_{EG}p}$$

I.2.4 :

Constante de temps du modèle sans pompe, avec huile prélevée sur le moteur :

$$P = 2700\text{kPa} = 2700\text{kPa} \frac{1\text{psi}}{6,895\text{kPa}} = 391,5881073\text{psi}$$

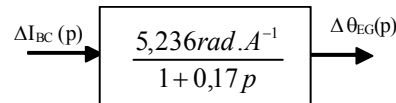
$$\tau_{EG} = \frac{1,06}{\sqrt{P}} + 0,0059\sqrt{P} = \frac{1,06}{\sqrt{391,588}} + 0,0059\sqrt{391,588} = 0,170318888\text{sec}$$

Gain du système supposé linéaire :

$$K_{EG} = \frac{\text{Plage angulaire nominale}}{\text{Plage de courant}} = \frac{0,73303828\text{rad}}{160\text{mA} - 20\text{mA}} = 5,235987756 \text{ rad} \cdot \text{A}^{-1}$$

$$\tau_{EG} = 0,17 \text{ s} \quad \text{et} \quad K_{EG} = 5,236 \text{ rad} \cdot \text{A}^{-1}$$

I.2.5 :



I.2.6 :

$$f_{EG} = \frac{1}{2\pi\tau_{EG}} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,170318888\text{s}} = 0,93445269\text{Hz}$$

$$f_{EG} = 0,93\text{Hz}$$

I – 3 : Modélisation du moteur diesel

I.3.1 :

Retard pur + gain : $H_{dies}(p) = K_{dies} e^{-\tau_{dies} p}$

I.3.2 :

$$\begin{aligned} Plage_angulaire_utile &= \frac{2}{3} Plage_angulaire_nominale_disponible \\ &= \frac{2}{3} 42^\circ = 28^\circ = 0,4886922rad \end{aligned}$$

$$Plage_angulaire_utile = 0,488 \text{ rad}$$

I.3.3 :

$$K_{dies} = \frac{P_{dies \max}}{Plage \text{ angulaire utile}} = \frac{95493N.m}{0,4886922rad} = 195405,13988N.m.rad^{-1}$$

$$K_{dies} = 195,4KN.m.rad^{-1}$$

I.3.4 :

1 cycle = 2 tours donc la durée d'un cycle = durée de 2 tours

Vitesse nominal de 720 tr.min^{-1} donc $t_{cycle} = 2x \frac{60sec}{720tr.min^{-1}} = 166,66ms$

$$t_{cycle} = 167ms$$

I.3.5 :

Le moteur 16V32 dispose de 16 cylindres. Les 16 cycles sont répartis sur 2 tours.

16 cylindres => 16 injections durant 167 ms

I.3.6 :

Si le déplacement se produit tout juste avant le moment où va se produire l'injection, alors $T_{ret \min} = 0$. Si le déplacement se produit juste après l'injection, il faut attendre la prochaine injection pour que la modification soit prise en compte. Or il y a 16 injections par cycle, soit 1 injection

toutes les $T_{ret \max} = \frac{t_{cycle}}{\text{Nbre injection par cycle}} = \frac{166,66ms}{16} = 10,41666ms$

$$\text{Donc } T_{ret} \in [0ms ; 10,4ms]$$

I.3.7 :

L'injection survient aléatoirement après un temps variant entre 0 et 10,4ms

Retard statistique de $\tau_1 = \frac{1}{2} T_{ret \max} = \tau_1 = 5,20833333 \text{ ms}$

$$\tau_1 = 5,2 \text{ ms}$$

I.3.8 :

$$\tau_2 = \frac{1}{2} \frac{t_{cycle}}{4} = \frac{166ms}{8} = 20,8333ms$$

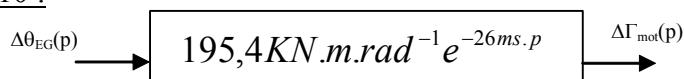
$$\tau_2 = 20,8 \text{ ms}$$

I.3.9 :

$$\tau_{dies} = \tau_1 + \tau_2 = 26,041666666666666666ms$$

$$\tau_{dies} = 26 \text{ ms}$$

I.3.10 :



I – 4 : Approximation d'un retard pur

I.4.1 :

$$R(p) = e^{-\tau p}$$

I.4.2 :

$$|R(p)| = 1 \quad \text{et} \quad \text{Arg}[R(p)] = -\tau\omega$$

I.4.3 :

$$e^{-\tau p} = 1 - \tau p + \frac{\tau^2}{2} p^2 - \frac{\tau^3}{6} p^3 + \dots + \frac{(-\tau)^n}{n!} p^n$$

$$\frac{1}{1 + a_1 p} = e^{-\tau p} \Rightarrow \frac{1}{1 + a_1 p} = 1 - \tau p + \frac{\tau^2}{2} p^2 - \frac{\tau^3}{6} p^3 + \dots + \frac{(-\tau)^n}{n!} p^n$$

Le produit en croix donne $1 = 1 + a_1 p - \tau p - \tau a_1 p^2 + \dots$

Cette égalité est exacte à l'ordre 1 si et seulement si : $a_1 = \tau$

I.4.4 :

$$\text{Approx}_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\tau\omega} \quad \text{et} \quad |\text{Approx}_1(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}}$$

$$\text{et} \quad \text{Arg}[\text{Approx}_1(j\omega)] = -\text{Arctan}(\tau\omega)$$

I.4.5 :

Pour $\omega = 0$: $|\text{Approx}_1(j0)| = 1$ $\text{Arg}[\text{Approx}_1(j0)] = 0$

Pour $\omega = \omega_1 = \frac{1}{\tau}$: $|\text{Approx}_1\left(j\frac{1}{\tau}\right)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\text{Arg}\left[\text{Approx}_1\left(j\frac{1}{\tau}\right)\right] = -\frac{\pi}{4}$

Pour $\omega \rightarrow \infty$: $|\text{Approx}_1(j\omega \rightarrow \infty)| = 0$ $\text{Arg}[\text{Approx}_1(j\omega \rightarrow \infty)] = -\frac{\pi}{2}$

I.4.6 :

$$e^{-\tau p} = 1 - \tau p + \frac{\tau^2}{2} p^2 - \frac{\tau^3}{6} p^3 + \dots + \frac{(-\tau)^n}{n!} p^n$$

$$\frac{1 + a_2 p}{1 + b_2 p} = e^{-\tau p} \Rightarrow \frac{1 + a_2 p}{1 + b_2 p} = 1 - \tau p + \frac{\tau^2}{2} p^2 - \frac{\tau^3}{6} p^3 + \dots + \frac{(-\tau)^n}{n!} p^n$$

Le produit en croix donne :

$$1 + a_2 p = 1 + b_2 p - \tau p - \tau b_2 p^2 + \frac{\tau^2}{2} p^2 + \frac{\tau^2 b_2}{2} p^3 - \frac{\tau^3}{6} p^3 + \dots$$

$$1 + a_2 p + 0 p^2 = 1 + (b_2 - \tau)p + \left(\frac{\tau^2}{2} - \tau b_2\right)p^2 + \left(\frac{\tau^2 b_2}{2} - \frac{\tau^3}{6}\right)p^3 + \dots$$

Cette égalité est exacte à l'ordre 2 si et seulement si :

$$\begin{cases} a_2 = b_2 - \tau \\ 0 = \frac{\tau^2}{2} - \tau b_2 \end{cases} \quad \text{ce qui conduit à} \quad \boxed{a_2 = -\frac{\tau}{2} \quad \text{et} \quad b_2 = \frac{\tau}{2}}$$

I.4.7 :

$$Approx_2(j\omega) = \frac{1 - j\frac{\tau}{2}\omega}{1 + j\frac{\tau}{2}\omega}$$

$$|Approx_2(j\omega)| = 1$$

$$Arg[Approx_2(j\omega)] = -2 Arc \tan\left(\frac{\tau}{2}\omega\right)$$

I.4.8 :

Pour $\omega=0$: $|Approx_2(j0)| = 1$ $Arg[Approx_2(j0)] = 0$

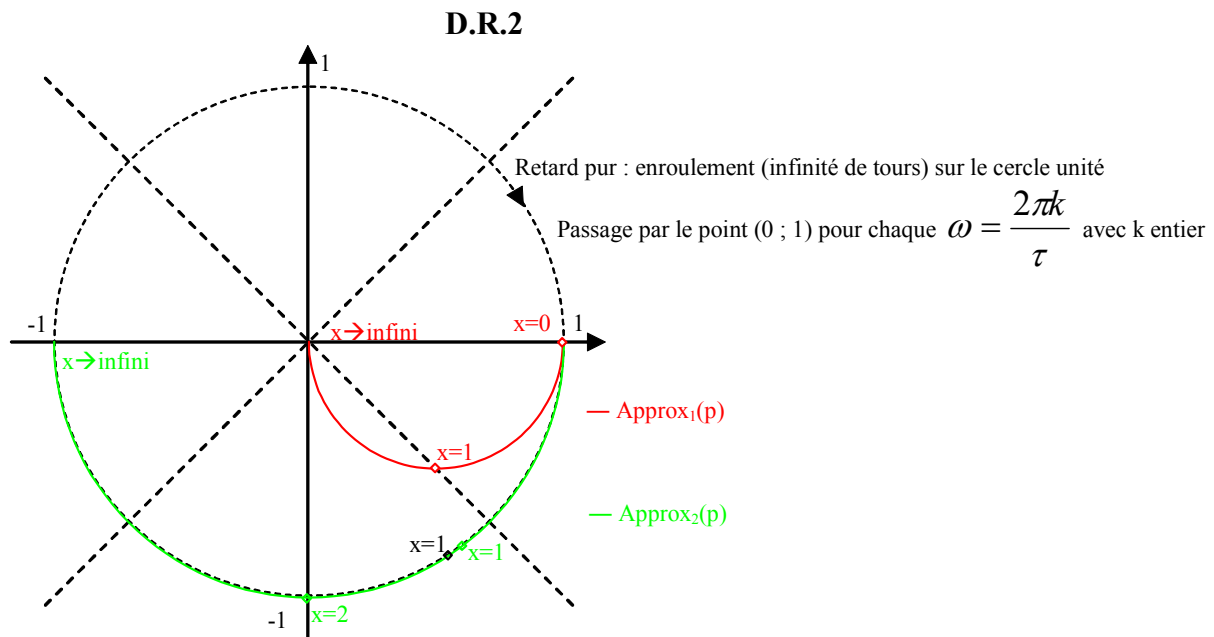
Pour $\omega = \frac{2}{\tau}$: $|Approx_2\left(j\frac{2}{\tau}\right)| = 1$ $Arg\left[Approx_2\left(j\frac{2}{\tau}\right)\right] = -\frac{\pi}{2}$

Pour $\omega \rightarrow \infty$: $|Approx_2(j\omega \rightarrow \infty)| = 1$ $Arg[Approx_2(j\omega \rightarrow \infty)] = -\pi$

Pour $\omega = \omega_2 = \frac{1}{\tau}$ $|Approx_2(j\omega_2)| = 1$
 $Arg[Approx_2(j\omega_2)] = -53,13^\circ = -0,92729rad$

I.4.9 :

Pour le retard pur, si $\omega = \frac{1}{\tau}$ alors $Arg[R(p)] = -\tau\omega = -1 \text{ rad} = 57,3^\circ$



I.4.10 :

$$Approx_1(jx) : \frac{1}{\sqrt{1 + x_{\max \text{ mod } 1}^2}} \geq 0,95 \times 1$$

$$x_{\max \text{ mod } 1} = 0,328684$$

$$Approx_2(jx) : 1 \geq 0,95 \times 1$$

$$x_{\max \text{ mod } 2} = \infty$$

$x_{\max \text{ mod } 1} = 0,328$	$x_{\max \text{ mod } 2} = \infty$
-----------------------------------	------------------------------------

I.4.11 :

$$\text{Approx}_1(jx) : -\text{ArcTan}(x) \geq 0,9 \times (-x) \quad x_{\max \arg 1} = 0,6025$$

$$\text{Approx}_2(jx) : -2\text{ArcTan}\left(\frac{x}{2}\right) \geq 0,9 \times (-x) \quad x_{\max \arg 2} = 1,205$$

$$x_{\max \arg 1} = 0,6 \quad \text{et} \quad x_{\max \arg 2} = 1,2$$

I.4.12 :

L'approximation de Padé est la meilleure compte tenue des critères retenus :
- il n'y a aucune erreur sur le gain
- et pour ce qui concerne la phase, on a la meilleure des deux approximations.

La phase est considérée comme "bonne" jusqu'à $x=1,2$

I.4.13 :

$$a_2 = -\frac{\tau_{dies}}{2} = -\frac{33ms}{2} = -16,5ms$$

$$b_2 = 16,5ms$$

I.4.14 :

$$H_{dies}(p) \approx K_{dies} \frac{1 - j \frac{\tau_{dies}}{2} \omega}{1 + j \frac{\tau_{dies}}{2} \omega} = 195,4 \text{KN.m.rad}^{-1} \frac{1 - j16,5ms \omega}{1 + j16,5ms \omega}$$

I.4.15 :

Approximation vraie tant que $x \leq x_{\max \arg 2} (= 1,205\text{rad})$ donc $\tau_{dies} \omega_{\max 2} = x_{\max \arg 2}$

$$\text{Approximation vraie tant que } \omega < \omega_{\max 2} = \frac{x_{\max \arg 2}}{\tau_{dies}} = \frac{1,205}{33ms} = 36,51 \text{rad.s}^{-1}$$

I – 5 : Modélisation du capteur de vitesse et interfaçage au régulateur 2301

I.5.1 :

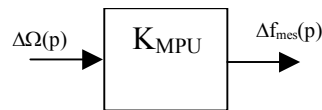
$$\text{Au régime nominal, } f_{mes} = 180 \text{ dents} \cdot \frac{720 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}}{60 \text{ sec}} = 180 \text{ dents} \cdot 12 \text{ tr} \cdot \text{sec}^{-1} = 2160 \text{ Hz}$$

$$\text{Au ralenti } f_{mes} = 180 \text{ dents} \cdot \frac{360 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}}{60 \text{ sec}} = 180 \text{ dents} \cdot 6 \text{ tr} \cdot \text{sec}^{-1} = 1080 \text{ Hz}$$

Au régime nominal, $f_{mes} = 2160 \text{ Hz}$ et au ralenti, $f_{mes} = 1080 \text{ Hz}$

I.5.2 :

$$H_{\text{cap_vit}}(p) = K_{\text{MPU}}$$



I.5.3 :

$$K_{\text{MPU}} = \frac{180 \text{ dents}}{2\pi} = 28,64789 \text{ Hz} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{sec}$$

$$K_{\text{MPU}} = 28,6 \text{ Hz} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{sec}$$

I.5.4 :

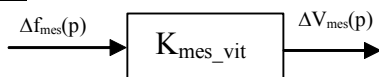
Plage de fréquence la plus adaptée : $f_{\min} = 1\ 000 \text{ Hz}$ $f_{\max} = 3\ 000 \text{ Hz}$

I.5.5 :

$$K_{\text{mes_vit}} = \frac{V_{a \text{ lim}}}{f_{\max} - f_{\min}} = \frac{10 \text{ V}}{3 \text{ KHz} - 1 \text{ KHz}} = \frac{10 \text{ V}}{2000 \text{ Hz}} = 0,005 \text{ V} \cdot \text{Hz}^{-1} = 5 \text{ V} \cdot \text{kHz}^{-1}$$

$$K_{\text{mes_vit}} = 5 \text{ V} \cdot \text{kHz}^{-1}$$

I.5.6 :



I.5.7 :

Pour $N = 720 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ $\Omega = 75,398 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}$ $f_{\text{mes_nom}} = 2160 \text{ Hz}$

Donc $V_{\text{mes_nom}} = 5,8 \text{ V}$

I – 6 : Modélisation de la sortie du régulateur 2301

I.6.1 :

L'actionneur est piloté en 20mA → 160mA
Donc la sortie du 2301 est en 0 → 200 mA.

I.6.2 :

$$K_{BC} = \frac{\text{Plage_courant_sortie_2301}}{\text{Plage_tension}} = \frac{200mA}{10V} = \frac{0,2A}{10V} = 0,02AV^{-1}$$

I – 7 : Modélisation de la partie mécanique

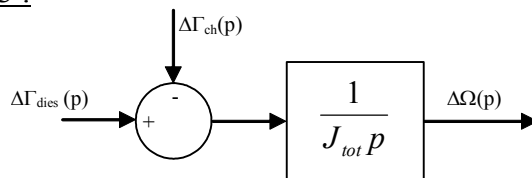
I.7.1 :

$$J_{tot} \frac{d\Omega(t)}{dt} = \sum \text{couples} = \Gamma_{dies} - \Gamma_{ch}$$

I.7.2 :

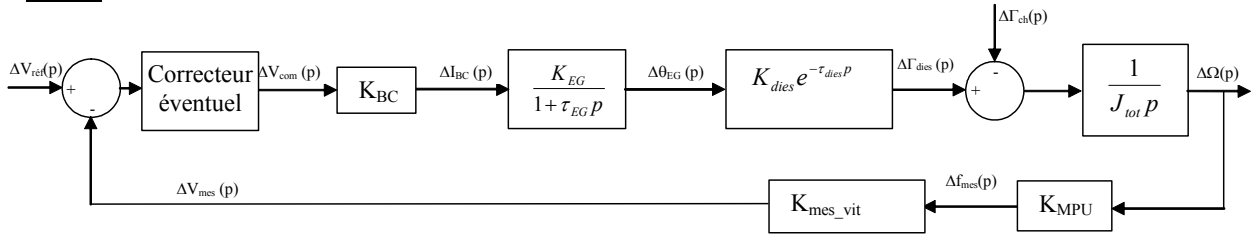
$$J_{tot} = 550 + 2500 = 3050 \text{ kg.m}^2$$

I.7.3 :



I – 8 : Bilan de la modélisation

I.8.1 :



I.8.2 :

$$T_{dir}(p) = K_{BC} \left(\frac{K_{EG}}{1 + \tau_{EG} p} \right) \left(K_{dies} e^{-\tau_{dies} p} \right) \left(\frac{1}{J_{tot} p} \right) \text{ avec } K_{dir} = \frac{K_{dies} \cdot K_{EG} \cdot K_{BC}}{J_{tot}}$$

$$\text{cela donne : } T_{dir}(p) = \frac{K_{dir} e^{-\tau_{dies} p}}{(1 + \tau_{EG} p) p}$$

I.8.3 :

$$K_{dir} = \frac{195405,13988 \text{ N.m.rad}^{-1} \cdot 5,235987756 \text{ rad.A}^{-1} \cdot 0,02 \text{ A.V}^{-1}}{3050 \text{ kg.m}^2}$$

$$K_{dir} = 6,70910767 \text{ Nm.V}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$K_{dir} = 6,71 \text{ N.m V}^{-1} \text{kg}^{-1} \text{m}^{-2}$$

I.8.4 :

$$T_{ret}(p) = K_{MPU} K_{mes_vit} = K_{ret}$$

I.8.5 :

$$K_{ret} = K_{MPU} K_{mes_vit} = 28,64 \text{ Hz.rad}^{-1} \text{sec} \cdot 0,005 \text{ V.Hz}^{-1} = 0,143239449 \text{ V rad}^{-1} \text{sec}$$

$$K_{ret} = 0,143 \text{ V rad}^{-1} \text{sec}$$

I.8.6 :

$$K_{dir} \cdot K_{ret} = 6,7091 \cdot 0,143239449 = 0,96100888$$

$$K_{dir} \cdot K_{ret} = 0,961$$

I.8.7 :

$$\text{On a déjà calculé (QI.1.3) : } \Omega_{nom} = 75,39 \text{ rad.sec}^{-1}$$

$$N_{nom} = 720 \text{ tr.min}^{-1}$$

$$\text{On a déjà calculé (QI.5.7) : } f_{mes_nom} = 2160 \text{ Hz}$$

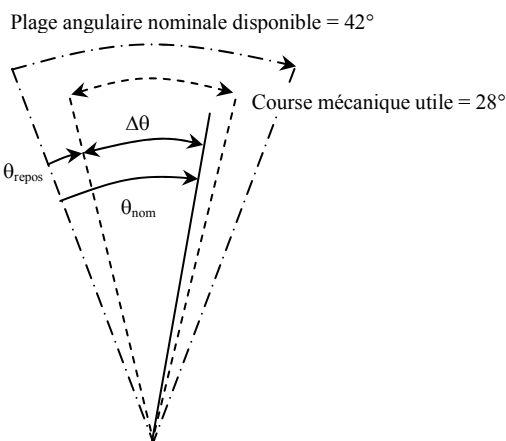
$$V_{mes_nom} = 5,8 \text{ V}$$

Le calcul de la tension en sortie du régulateur ne peut se faire qu'en "remontant" la chaîne directe à partir du couple nécessaire :

Pour $\Gamma_{dies} = \Gamma_{dies\ nom} = \Gamma_{ch} = 71\ 089 \text{ N.m}$ on a :

$$\Delta\theta = \frac{\Gamma_{dies\ nom}}{K_{dies}} = \frac{71089 \text{ N.m}}{195405,14 \text{ N.m.rad}^{-1}} = 0,36380418 \text{ rad soit } 20,8444^\circ$$

$$\Delta\theta = 20,8^\circ = 0,364 \text{ rad}$$



Par ailleurs, on a la position angulaire de repos suivante :

$$\theta_{repos} = \frac{\text{plage_angulaire_disponible} - \text{course_angulaire_utile}}{2}$$

$$\theta_{repos} = \frac{42^\circ - 28^\circ}{2} = 7^\circ = 0,1221730476396 \text{ rad}$$

$$\theta_{repos} = 7^\circ = 0,122 \text{ rad}$$

D'où la position de l'actionneur en régime de fonctionnement nominal :

$$\theta_{nom} = \theta_{repos} + \Delta\theta$$

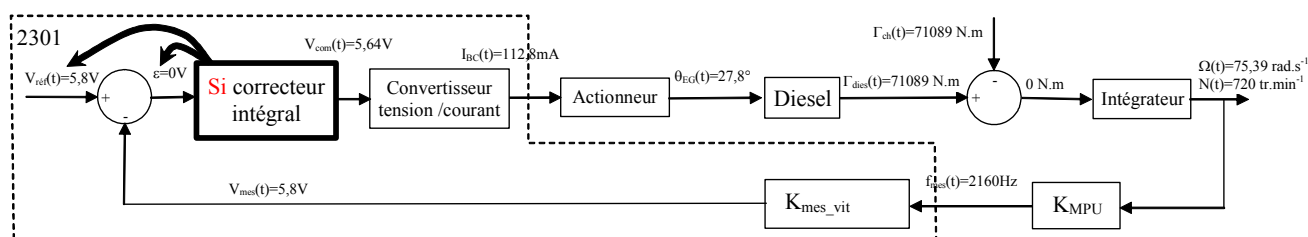
$$\theta_{nom} = 7^\circ + 20,8443^\circ = 27,8444^\circ$$

Pour obtenir cet angle, la boucle de courant doit être parcourue par le courant :

$$I_{BC_nom} = 20mA + \frac{\theta_{nom}}{K_{EG}} = 20mA + \frac{27,8444^\circ}{300^\circ A^{-1}} = 112,8148mA$$

$$\text{Il faut comme tension de commande : } V_{com_nom} = \frac{I_{BC_nom}}{K_{BC}} = \frac{112,81mA}{0,02AV^{-1}} = 5,6407V$$

Synthèse sur le schéma global (Attention, pris ici au sens des grandeurs physiques complètes et non plus au sens des variations) :



I.8.8 :

Lois affines dues aux décalages ($Y = a x + b$) :

Dans la position de l'actionneur : 2/3 course $\Rightarrow 7^\circ$ pour $\Gamma_{mot}=0$

Dans la mesure de vitesse : $f_{min} = 1000 \text{ Hz}$ pour vitesse de rotation nulle.

Dans la vitesse : ralenti moteur de 360 tr.min^{-1} pour couple moteur nul

Dans la boucle de courant : $I_{BC\ min} = 20mA$

Saturations dues aux plages limites de fonctionnement :

Dans la position de l'actionneur : 2/3 course

Dans le couple moteur diesel maximum

Dans la mesure de vitesse : f_{min} à f_{max} .

Dans la boucle de courant : 20mA à 160mA

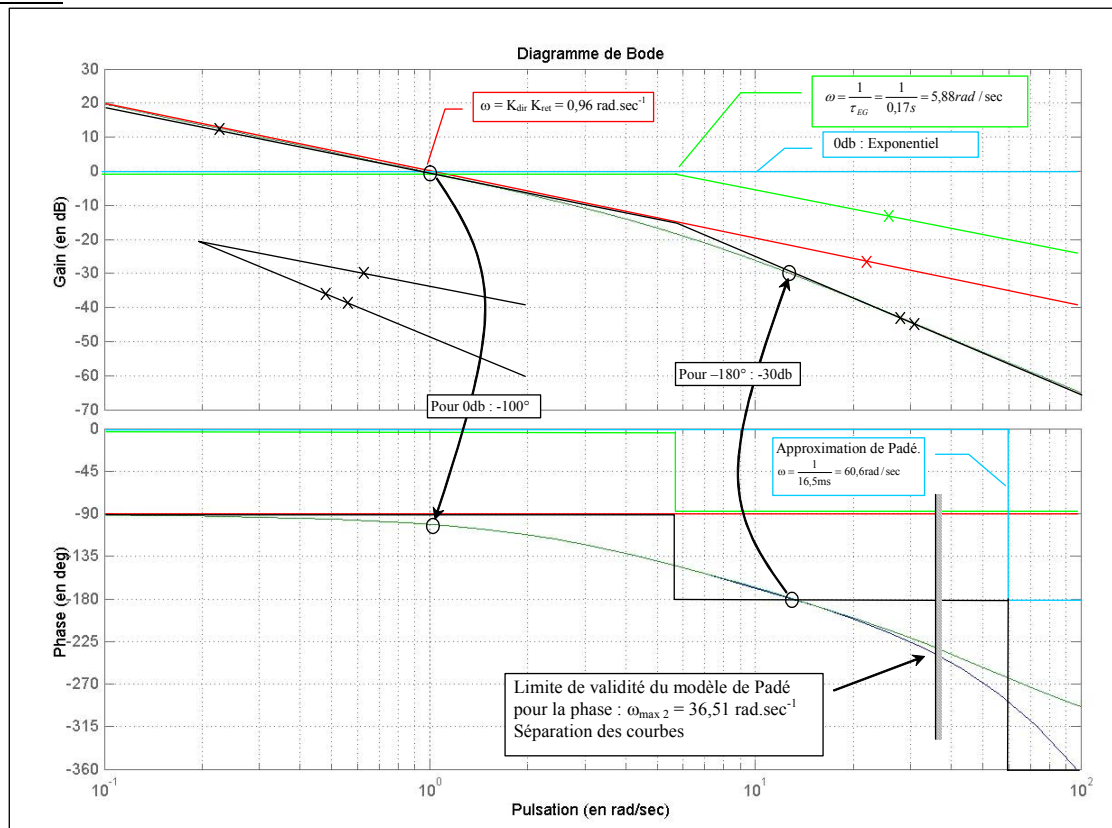
II – 1 : Etude préliminaire

II.1.9 :

$$BO(p) = \frac{\Delta V_{mes}}{\Delta V_{com}} = \frac{K_{ret} K_{dir} e^{-\tau_{dies} p}}{(1 + \tau_{EG} p)p}$$

II.1.10 :

DR4



II.1.11 :

Pour la marge de phase : à -180° le gain vaut (méthode graphique) environ -30db .

Ou alors (équivalence des résultats), pour la marge de gain : à 0db la phase vaut (méthode graphique) environ -100° .

Donc le système serait stable avec un bouclage unitaire.

II – 2 : Choix d'un premier type de correcteur

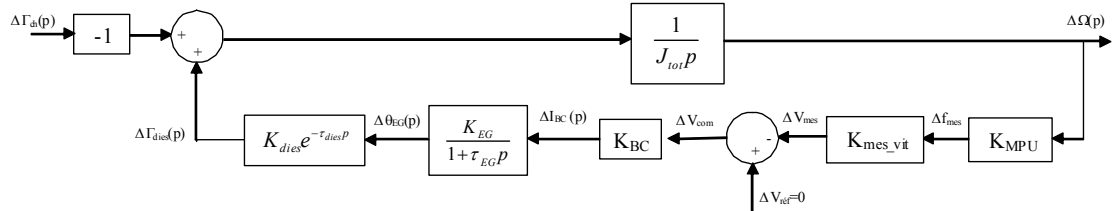
II.2.1 :

Intégrateur dans la chaîne directe => erreur statique nulle !

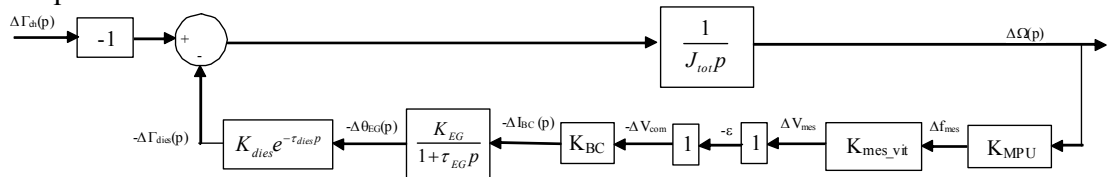
II.2.2 :

On respecte donc le cahier des charges

II.2.3 :



ce qui donne :



II.2.4 :

$$\frac{\Delta\Omega(p)}{\Delta\Gamma_{ch}(p)} = -\frac{\frac{1}{J_{tot}p}}{1 + \frac{K_{dir}K_{ret}e^{-\tau_{dies}p}}{(1 + \tau_{EG}p)p}} = -\frac{1 + \tau_{EG}p}{J_{tot}K_{dir}K_{ret}e^{-\tau_{dies}p} + J_{tot}p + J_{tot}\tau_{EG}p^2}$$

II.2.5 :

$$\Delta\Gamma_{ch}(p) = \frac{\Delta\Gamma_0}{p} \quad \Delta\Omega(p) = -\frac{\Delta\Gamma_0}{p} \frac{1 + \tau_{EG}p}{J_{tot}p(1 + \tau_{EG}p) + J_{tot}K_{dir}K_{ret}e^{-\tau_{dies}p}}$$

Théorème de la valeur finale :

$$\Omega(t \rightarrow \infty) = \Omega_0 + \Delta\Omega(\infty)$$

$$\Omega(t \rightarrow \infty) = \Omega_0 + \lim_{p \rightarrow 0} [p\Delta\Omega(p)] = \Omega_0 + \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{-p\Delta\Gamma_0(1 + \tau_{EG}p)}{p(J_{tot}p(1 + \tau_{EG}p) + J_{tot}K_{dir}K_{ret}e^{-\tau_{dies}p})} \right]$$

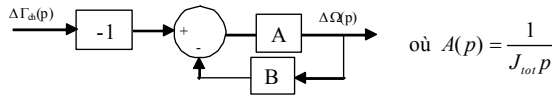
$$\Omega(t \rightarrow \infty) = \Omega_0 - \frac{\Delta\Gamma_0}{J_{tot}K_{dir}K_{ret}}$$

II.2.6 :

L'erreur statique doit être nulle. On cherche donc à avoir $\Omega(t \rightarrow \infty) = \Omega_0$ ce qui est impossible avec la forme obtenue ci-dessus. Nous ne respectons donc pas le cahier des charges.

II.2.7 :

L'objectif est que la fonction de transfert de régulation vaille : $\frac{\Delta\Omega(p)}{\Delta\Gamma_{ch}(p)} = 0$ pour éliminer la perturbation en régime permanent. Or le système bouclé en place dans cette régulation de vitesse est :

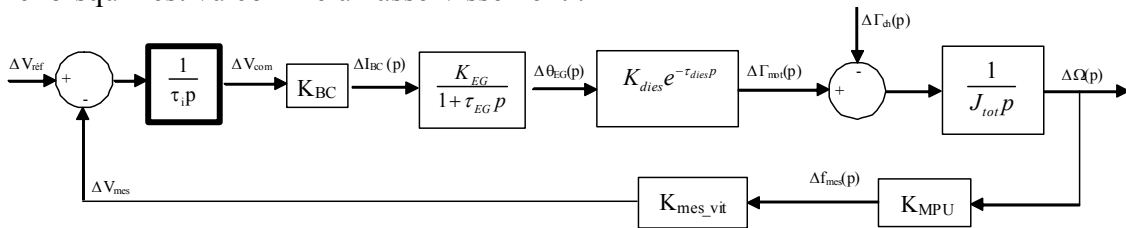


En régime permanent la chaîne directe $\lim_{\omega \rightarrow 0} A(j\omega) = \infty$ ce qui fait que $\frac{\Delta\Omega(p)}{\Delta\Gamma_{ch}(p)} \rightarrow -\frac{1}{B}$

Pour obtenir une valeur nulle de la fonction de transfert en boucle fermée, il faut donc que la chaîne de retour ait un grand gain en basse fréquence : $\lim_{\omega \rightarrow 0} B(j\omega) = \infty$.

Le terme intégrateur présent dans la chaîne directe (issu de la RFD) du point de vue de l'asservissement, ne suffit pas à garantir vis-à-vis de la perturbation une erreur statique nulle. Il faut donc introduire une correction du type intégrateur dans la chaîne de retour du système en régulation.

Cela revient à mettre un **intégrateur** dans le correcteur en **amont** de la perturbation sur le système lorsqu'il est vu comme un asservissement :



II.2.8 :

L'effet intégral permet d'annuler l'erreur statique. Il est nécessaire uniquement aux basses fréquences.

L'effet déstabilisateur induit par l'intégrateur (du au déphasage) est supprimé aux hautes fréquences par le terme proportionnel.

II.2.9 :

$$\varepsilon(t) = V_{ref}(t) - V_{mes}(t)$$

$$V_{com}(t) = K_p \varepsilon(t) + K_i \int_0^t \varepsilon(u) du$$

II.2.10 :

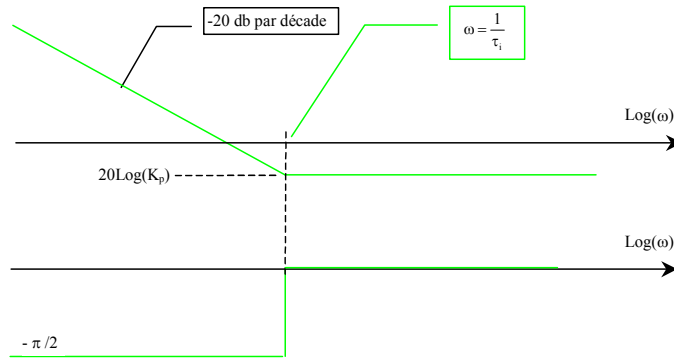
$$C_1(p) = \frac{V_{com}(p)}{\varepsilon(p)} = K_p + \frac{K_i}{p} = K_p \frac{p \frac{K_p}{K_i} + 1}{\frac{K_p}{K_i} p} = K_p \frac{1 + p\tau_i}{\tau_i p} = K_i \frac{1 + p\tau_i}{p}$$

La forme privilégiée est la suivante : $C_1(p) = K_p \frac{1 + p\tau_i}{\tau_i p}$

II.2.11 :

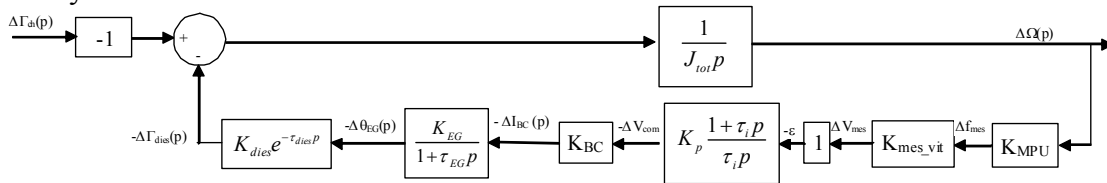
$$\tau_i = \frac{K_p}{K_i}$$

II.2.12 :



II.2.13 :

Le système étudié est le suivant :

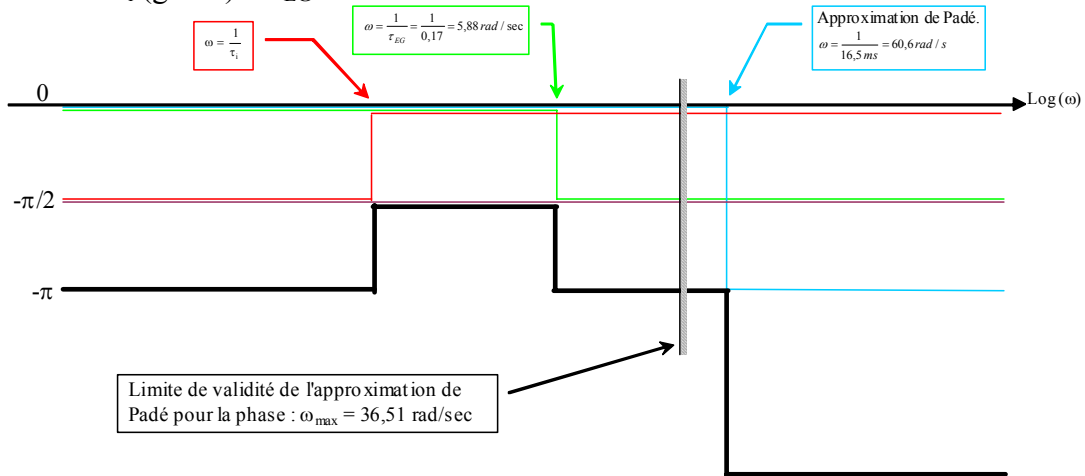


La boucle ouverte de ce système est :

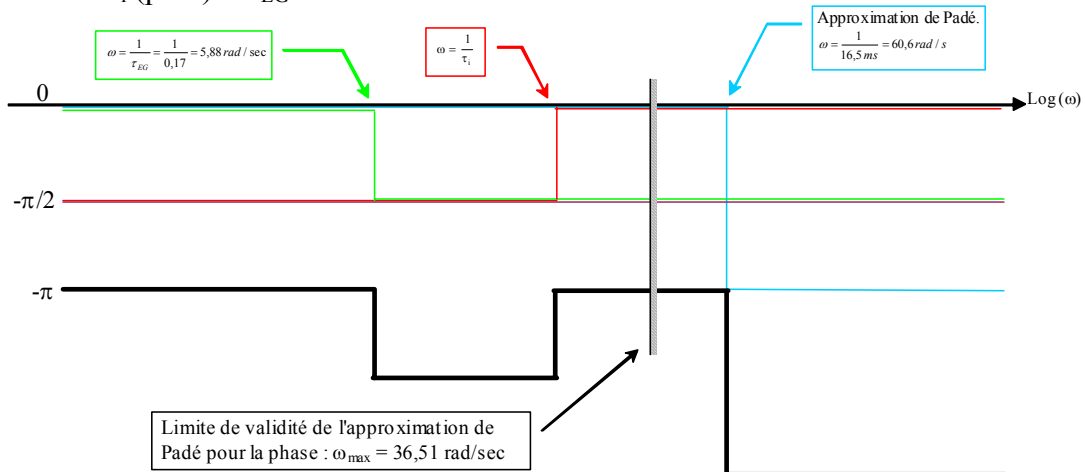
$$BO_{-}C_1(p) = K_p \left(\frac{1+\tau_i p}{\tau_i p} \right) \frac{K_{dir} K_{ret} e^{-\tau_{dies} p}}{(1+\tau_{EG} p)p} = K_i \left(\frac{1+\tau_i p}{p} \right) \frac{K_{dir} K_{ret} e^{-\tau_{dies} p}}{(1+\tau_{EG} p)p}$$

II.2.14 :

Premier cas : si τ_i (grand) $>$ τ_{EG} :



Second cas : si τ_i (petit) $<$ τ_{EG} :



II.2.15 :

Second cas : si $\tau_i < \tau_{EG}$ alors le système est toujours instable car la phase est toujours au delà de $-\pi$.

Premier cas : si $\tau_i > \tau_{EG}$ alors le système peut être stable dans le cas où la phase remonte suffisamment (donc si τ_i n'est pas trop faible) et si le gain K_p est bien calculé.

II.2.16 :

Le maximum de phase est obtenu pour la moyenne géométrique des deux pulsations (en négligeant le déphasage du au retard pur) :

$$\omega_{0db} = \frac{1}{\sqrt{\tau_i \tau_{EG}}} = \frac{1}{\sqrt{10} \tau_{EG}} = \frac{1}{0,17 \text{ sec} \sqrt{10}} = 1,86016332951 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \omega_{0db} = 1,86 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}$$

A cette pulsation la phase vaut :

$$-\pi + \text{ArcTan}(\tau_i \omega_{0db}) - \text{ArcTan}(\tau_{EG} \omega_{0db}) - \tau_{EG} \omega_{0db}$$

$$\text{soit : } -2,244736455 \text{ rad} = -128,613925^\circ$$

$$\text{Le déphasage négligé est de : } \omega_{0db} \cdot \tau_{dies} = 1,86 \text{ rad/sec} \times 0,033 \text{ ms} \\ 0,06138 \text{ rad} = 3,5^\circ$$

L'erreur relative est de -2,7 %, on peut donc poursuivre :

A cette pulsation, il faut 0db sur le gain :

$$|\text{BO}_{-C_1}(j\omega_{0db})| = 1 = K_p \frac{\sqrt{1 + (\tau_i \omega_{0db})^2}}{\tau_i \omega_{0db}^2} \frac{K_{dir} K_{ret}}{\sqrt{1 + (\tau_{EG} \omega_{0db})^2}}$$
$$K_p = \frac{\tau_i \omega_{0db}^2}{\sqrt{1 + (\tau_i \omega_{0db})^2}} \frac{\sqrt{1 + (\tau_{EG} \omega_{0db})^2}}{K_{dir} K_{ret}} = 1,9376701349071 \quad K_p = 1,93$$

II.2.17 :

L'idée pour avoir de bonne performances dynamiques (un bon temps de réponse) est de prendre un coefficient d'intégration important : K_i grand, donc d'avoir un τ_i faible.

Mais on voit que pour des problèmes de stabilité, il faut se limiter à $\tau_i > \tau_{EG}$.

Dès lors, le paramètre τ_i est fixé par la nécessité de stabiliser le système, et le paramètre K_p est également fixé par la stabilisation proprement dite.

Les deux paramètres sont donc déterminés afin d'obtenir les meilleures performances dynamiques possibles tout en garantissant la stabilité du système. Avec ce seul correcteur, il n'y a pas possibilité de régler, au sens propre du terme, la dynamique : on la "subit" !

II – 3 : Mise en place d'un second type de correcteur

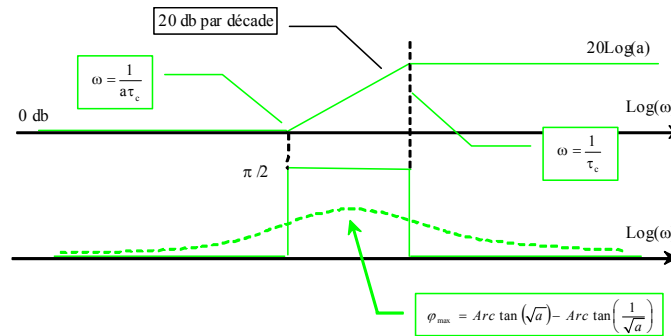
II.3.1 :

Traditionnellement appelé "correcteur à avance de phase".

II.3.2 :

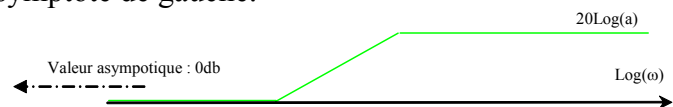
C'est un correcteur qui a pour objectif de **stabiliser** le comportement de la boucle en augmentant la marge de phase (dans une bande de fréquence donnée) donc en apportant de la phase.

II.3.3 :



II.3.4 :

La pulsation $\omega=0$ en échelle logarithmique se lit pour $x \rightarrow -\infty$.
Donc il faut lire la valeur du gain sur l'asymptote de gauche.



II.3.5 :

C'est la moyenne géométrique des deux pulsations de coupure : $\omega = \frac{1}{\sqrt{a}\tau_c}$

II.3.6 :

$$\varphi_{\max} = \text{ArcTan}(a\tau_c\omega) - \text{ArcTan}(\tau_c\omega) = \text{ArcTan}(\sqrt{a}) - \text{ArcTan}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)$$

$$\text{ou encore } \varphi_{\max} = \text{ArcSin}\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$$

II.3.7 :

Pour améliorer le temps de réponse du système en boucle fermée on a vu qu'il faut diminuer τ_i . On peut maintenant le faire sans déstabiliser le système.

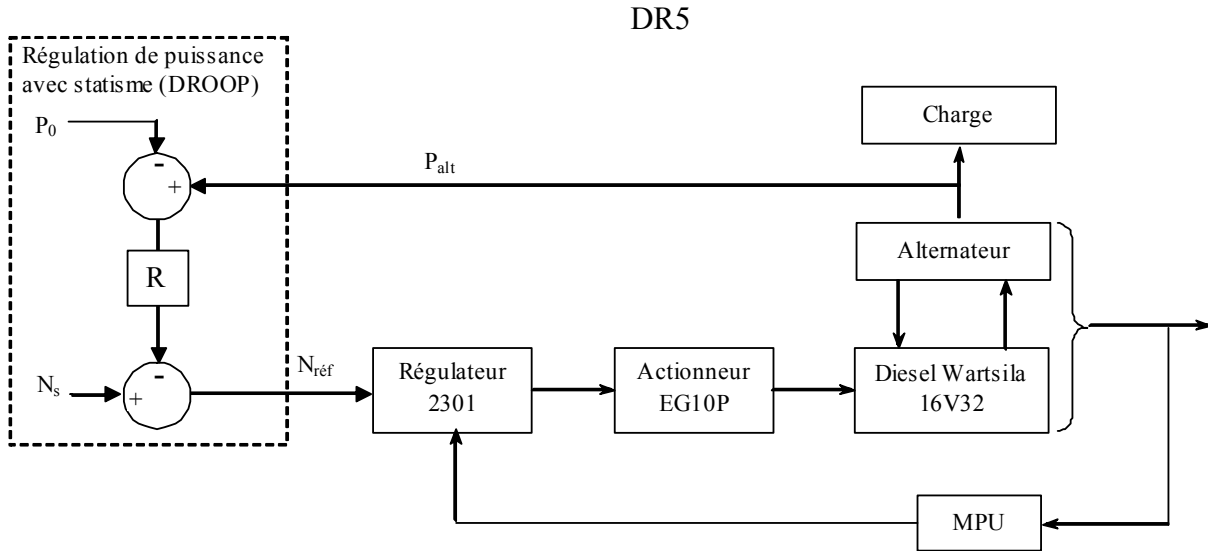
Attention le réseau correcteur C_2 ne permet de "récupérer" qu'au maximum $\pi/2$. Et compte tenu de l'augmentation du gain apporté par ce nouveau correcteur, on ne pourra pas arriver exactement à $\pi/2$.

Donc on peut gagner un peu en bande passante (donc en dynamique de la boucle fermée) tout en conservant la stabilité.

Avec ce nouveau correcteur, la dynamique est maintenant réglable, mais attention : pas à l'infini.

III – 1 : Principe de la régulation avec statisme ("Droop" en anglais)

III.1.1 :



III.1.2 :

$$P_0 = 80\% P_{alt \max} = 80\% 5,9 \text{ MW} = 4,72 \text{ MW.}$$

$$P_0 = 4,72 \text{ MW}$$

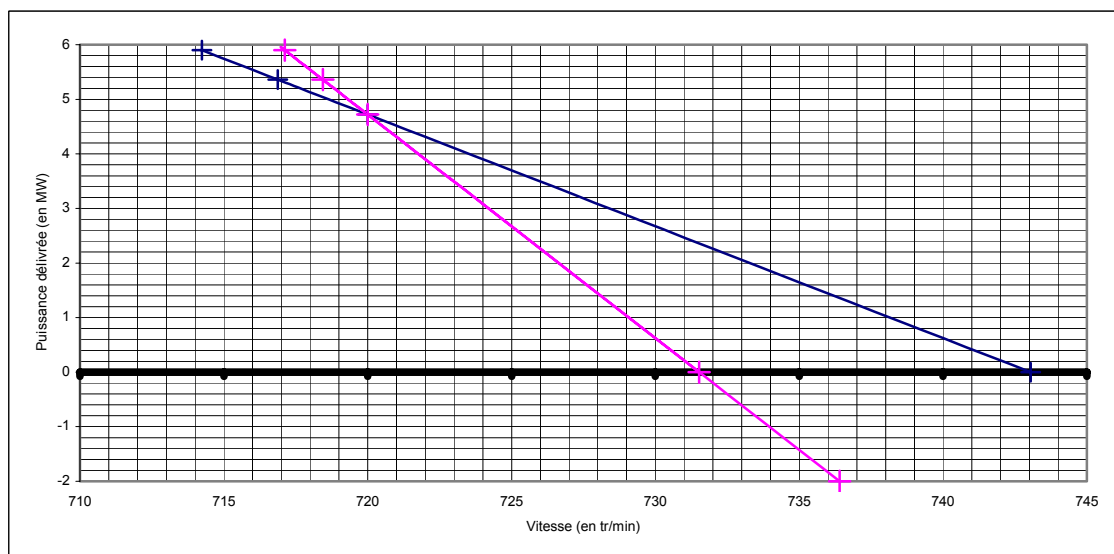
III.1.3 :

$$R = \frac{r \cdot N_s}{P_{alt \max}} = \frac{4\% \cdot 720 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}}{5,9 \cdot 10^6 \text{ W}} = 4,8813559 \cdot 10^{-6}.$$

$$R = 4,88 \cdot 10^{-6}$$

III.1.4 :

DR6



III.1.5 :

En régime permanent $N = N_{\text{réf}} = N_s - R (P_{\text{alt}} - P_0)$
 $N = N_{\text{réf}} = 720 \text{tr} \cdot \text{min}^{-1} - 4,8813559 \cdot 10^{-6} (P_{\text{alt}} - 4,72 \text{ MW})$

	À vide	Consigne	Nominal	Maximum
Puissance P_{alt} (en MW)	0	$P_0 = 4,72$	$P_{\text{alt nom}} = 5,36$	$P_{\text{alt max}} = 5,9$
Vitesse $N=N_{\text{réf}}$ (en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$)	743	$N_s = 720$	716,8	714,2

Contrôlons que $\frac{743,04 \text{tr} / \text{min} - 714,24 \text{tr} / \text{min}}{720 \text{tr} / \text{min}} = \frac{28,8 \text{tr} / \text{min}}{720 \text{tr} / \text{min}} = 4\% = r$ (par définition de r !)

III.1.6 :

	À vide	Consigne	Nominal	P_{max}
Vitesse $N=N_{\text{réf}}$ (en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$)	743	720	716,8	714,2
Fréquence (en Hz)	61,9	60	59,7	59,5

III.1.7 :

La fréquence attendue sur le navire est 60Hz

	À vide	Nominal
Fréquence (en Hz)	61,92	59,74
Écart absolu (en Hz)	1,92	-0,26
Écart relatif	3,2%	-0,43%

III.1.8 :

L'écart de fréquence obtenu en régime de fonctionnement nominal est acceptable. De plus, par un autre choix de la puissance de consigne P_0 il peut être rendu nul.

Pour ce qui concerne l'écart de fréquence obtenu pour le fonctionnement à vide, il est important. Il reste cependant dans les normes électriques définies en régime permanent pour la stabilité en fréquence ($\pm 5\%$).

Avec une stratégie de réglage du régulateur par la méthode du statisme, **la fréquence de bord n'est pas constante, elle dépend de la charge.**

III.1.9 :

La mesure de puissance est assurée à partir des mesures de tensions et de courants en sortie de l'alternateur :

Mesures des tensions (PT = Phase Power Transformer) de phases : $A\Phi$, $B\Phi$ et $C\Phi$ (bornes 1, 2 et 3).

Mesures des courants (CT = Current Transformer) sur les trois phases : $A\Phi$, $B\Phi$ et $C\Phi$ (bornes 4-5, 6-7 et 8-9).

III – 2 : Fonctionnement de deux groupes en parallèle

III.2.1 :

Il n'y a qu'un seul circuit électrique, qui comprend les deux alternateurs et la charge. En régime permanent, ce circuit fonctionne à une seule et même fréquence. Chacun des alternateurs a la même fréquence que l'autre. Donc ils ont la même vitesse de rotation en régime permanent

III.2.2 :

$$P_{alt_1} = P_0 + \frac{P_{alt\ max}}{r_1} \left(1 - \frac{N}{N_s}\right) \text{ et } P_{alt_2} = P_0 + \frac{P_{alt\ max}}{r_2} \left(1 - \frac{N}{N_s}\right)$$

$$\text{donc } P_{ch} = 2P_0 + P_{alt\ max} \left(1 - \frac{N}{N_s}\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

III.2.3 :

La puissance maximale est obtenue lorsque l'un des deux alternateurs arrive le premier en butée de puissance. Il s'agit de l'alternateur 2.

Calculons la vitesse pour laquelle cette puissance est maximale :

$$N = N_s - \frac{r_2 N_s}{P_{alt\ max}} (P_{alt\ max} - P_0) = N_s \left[1 - r_2 \left(1 - \frac{P_0}{P_{alt\ max}}\right)\right] \quad \text{Pour } N = 717,12 \text{ tr. min}^{-1}$$

$$= 720 \text{ tr. min}^{-1} [1 + 0,02(1 - 0,8)] = 717,12 \text{ tr. min}^{-1}$$

Pour cette vitesse nous pouvons calculer les puissances délivrées par les deux alternateurs :

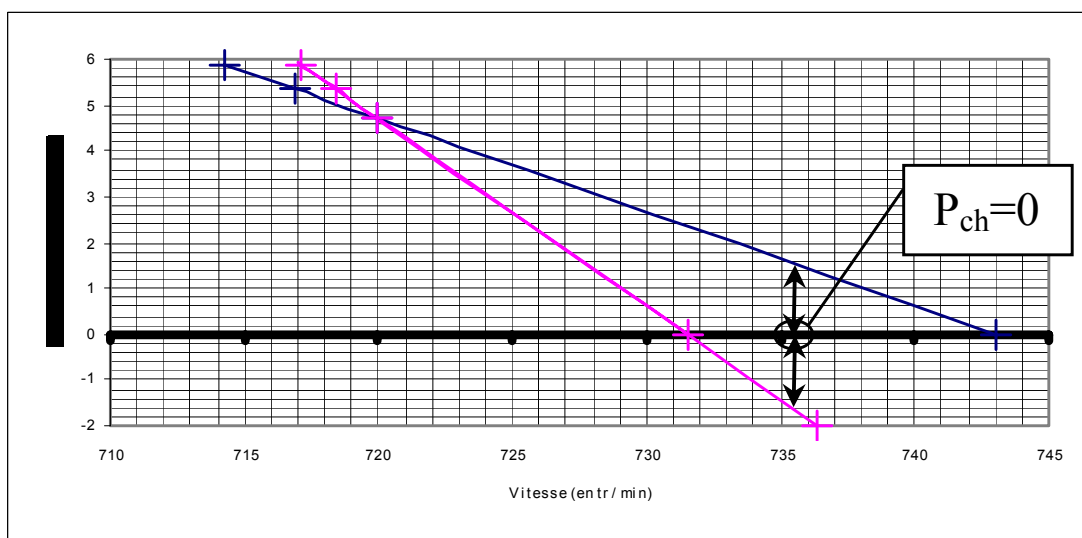
$$P_{alt_1} = P_0 + \frac{P_{alt\ max}}{r_1} \left(1 - \frac{N}{N_s}\right) = 4,72 \text{ MW} + \frac{5,9 \text{ MW}}{4\%} \left(1 - \frac{717,12 \text{ tr / min}}{720 \text{ tr / min}}\right) = 5,31 \text{ MW}$$

$$P_{alt_2} = P_0 + \frac{P_{alt\ max}}{r_2} \left(1 - \frac{N}{N_s}\right) = 4,72 \text{ MW} + \frac{5,9 \text{ MW}}{2\%} \left(1 - \frac{717,12 \text{ tr / min}}{720 \text{ tr / min}}\right) = 5,9 \text{ MW} = P_{alt\ max} !$$

d'où $P_{ch\ max} = 5,31 \text{ MW} + 5,9 \text{ MW} = 11,21 \text{ MW}$

III.2.4 :

Si $P_{ch} = 0$ alors l'un des groupes fonctionne en alternateur et l'autre en moteur ...



III.2.5 :

Notons tout d'abord que les statisme des différents groupes ne sont jamais réglés de manière exactement (mathématiquement) identique. Il faut donc raisonner avec des groupes de statisme différents :

Si la puissance fournie par chacun des groupes reste autour de la puissance de consigne P_0 alors tout se passe bien : il n'y a pas trop d'écart de fréquence sur le réseau car le fonctionnement des groupes se fait autour de leur point de fonctionnement nominal respectif.

Les régulateurs doivent donc être réglés de telle sorte que la puissance de consigne soit proche de la puissance nominale.

Si par contre on s'éloigne trop du point de fonctionnement nominal, donc du fonctionnement à puissance de consigne, on risque d'avoir des "problèmes" : écart important de répartition de la charge sur les différents groupes (les uns fournissant la quasi-totalité de la charge (faible) et les autres fonctionnant quasi à vide).

On peut même obtenir un fonctionnement moteur d'un des groupes. Dans cette situation, si le problème perdurait, il conviendrait d'arrêter le ou les groupes trop peu chargés et de laisser un seul groupe fournir le peu de puissance demandée par la charge.

Ceci constitue une limite du fonctionnement d'une installation avec une régulation des groupe par la méthode du statisme.

III – 3 : Réglage du correcteur par la méthode fréquentielle

III.3.1 :

Pour obtenir une erreur statique nulle lors d'une entrée en échelon il faut un gain infini aux basses fréquences.

III.3.2 :

Ceci est le cas dans notre système car il y a au moins un intégrateur.

III.3.3 :

Il n'y a qu'un seul pôle dans le système, celui du premier ordre de l'actionneur donc $\tau_i = \tau_{EG}$
 $\tau_i = 0,17 \text{ sec}$

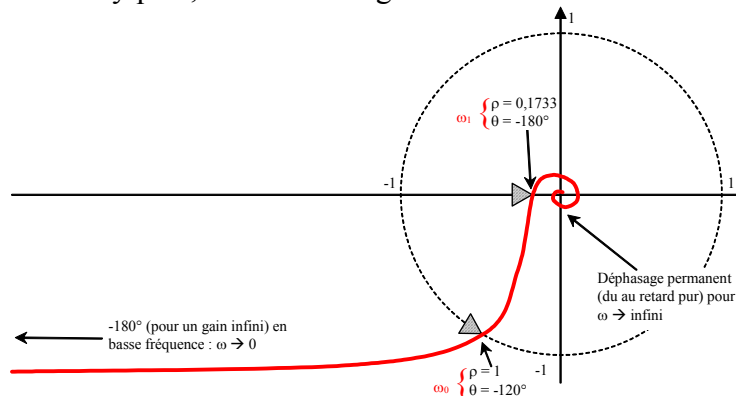
III.3.4 :

$$BO_C(p) = \left(\frac{1 + a\tau_c p}{1 + \tau_c p} \right) \left(K_p \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p} \right) \left(\frac{K_{dir} K_{ret} e^{-\tau_{dies} p}}{(1 + \tau_{EG} p) p} \right) = \left(\frac{1 + a\tau_c p}{1 + \tau_c p} \right) \frac{K_p K_{dir} K_{ret} e^{-\tau_{dies} p}}{\tau_i p^2}$$

III.3.5 :

Marge de gain de 15db donc : $|BO_C(p)| = 0,178$
 pour un déphasage de $-\pi$.

Dans un diagramme de Nyquist, la courbe est graduée en ω :



III.3.6 :

$$BO_C(p) = \left(\frac{1 + a\tau_c p}{1 + \tau_c p} \right) \frac{K_p K_{dir} K_{ret} e^{-\tau_{dies} p}}{\tau_i p^2}$$

Il reste à régler les trois paramètres τ_c , K_p et a du correcteur.

Les contraintes de marge de gain et de marge de phase s'écrivent en nombres complexes. Ces deux contraintes donnent chacune une équation de module et une équation d'argument (en nombres réels) :

$$\text{Marge de phase} \begin{cases} -\pi + M_\varphi = \text{ArcTan}(a\tau_c \omega_0) - \text{ArcTan}(\tau_c \omega_0) - \tau_{dies} \omega_0 - \pi \\ 1 = \frac{\sqrt{1 + (a\tau_c \omega_0)^2} K_p K_{dir} K_{ret}}{\sqrt{1 + (\tau_c \omega_0)^2} \tau_i \omega_0^2} \end{cases}$$

$$\text{Marge de gain} \begin{cases} -\pi = \text{ArcTan}(a\tau_c\omega_1) - \text{ArcTan}(\tau_c\omega_1) - \tau_{dies}\omega_1 - \pi \\ 0,17782 = \frac{\sqrt{1+(a\tau_c\omega_1)^2}}{\sqrt{1+(\tau_c\omega_1)^2}} \frac{K_p K_{dir} K_{ret}}{\tau_i\omega_1^2} \end{cases}$$

III.3.7 :

Il y a donc quatre équations indépendantes dans ce système d'équations.

III.3.8 :

Il y a cinq inconnues : a , τ_c , K_p puis ω_0 et ω_1

III.3.9 :

On a donc maintenant $\omega_0 = 1 \text{ rad}\cdot\text{sec}^{-1}$ ce qui est une cinquième équation. On peut encore considérer que cela enlève une inconnue !

On élimine cette inconnue ω_0 (désormais connue) ce qui donne :

$$\begin{cases} M_\varphi + \tau_{dies}\omega_0 = \text{ArcTan}(a\tau_c\omega_0) - \text{ArcTan}(\tau_c\omega_0) \\ 1 = \frac{\sqrt{1+(a\tau_c\omega_0)^2}}{\sqrt{1+\tau_c^2\omega_0^2}} \frac{K_p K_{dir} K_{ret}}{\tau_i\omega_0^2} \\ \tau_{dies}\omega_1 = \text{ArcTan}(a\tau_c\omega_1) - \text{ArcTan}(\tau_c\omega_1) \\ 0,17782 = \frac{\sqrt{1+(a\tau_c\omega_1)^2}}{\sqrt{1+(\tau_c\omega_1)^2}} \frac{K_p K_{dir} K_{ret}}{\tau_i\omega_1^2} \end{cases}$$

III.3.10 :

Centrage du correcteur à avance de phase sur ω_0 donc : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a\tau_c}} = 1 \text{ rad}\cdot\text{sec}^{-1}$. Donc

$\omega_0\tau_c = \frac{1}{\sqrt{a}}$ que l'on reporte dans la première équation du jeu d'équation de la question précédente :

$$\left. \begin{aligned} M_\varphi + \tau_{dies}\omega_0 &= \text{ArcTan}(\sqrt{a}) - \text{ArcTan}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right) \\ \frac{\pi}{3} + 0,033.1 &= 1,080197551 \text{ rad} = 61,89076072^\circ \end{aligned} \right\}$$

D'où par résolution numérique : $a = 15,95646698$

a = 15,9

On prend désormais comme valeur : $a = 16$

III.3.11 :

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_0\sqrt{a}} = \frac{1}{1 \text{ rad}\cdot\text{sec}^{-1}\sqrt{16}} = 0,25 \text{ sec}$$

III.3.12 :

La seconde équation du jeu $1 = \frac{\sqrt{1+(a\tau_c)^2}}{\sqrt{1+\tau_c^2}} \frac{K_p K_{dir} K_{ret}}{\tau_i}$ fournit la valeur de K_p à prendre

pour respecter la marge de phase :

$$K_p = \frac{\sqrt{1+\tau_c^2}}{\sqrt{1+(a\tau_c)^2}} \frac{\tau_i}{K_{dir} K_{ret}} = \frac{\sqrt{1+0,25^2}}{\sqrt{1+(16 \times 0,25)^2}} \frac{0,17}{0,96} = 0,04427083333333$$

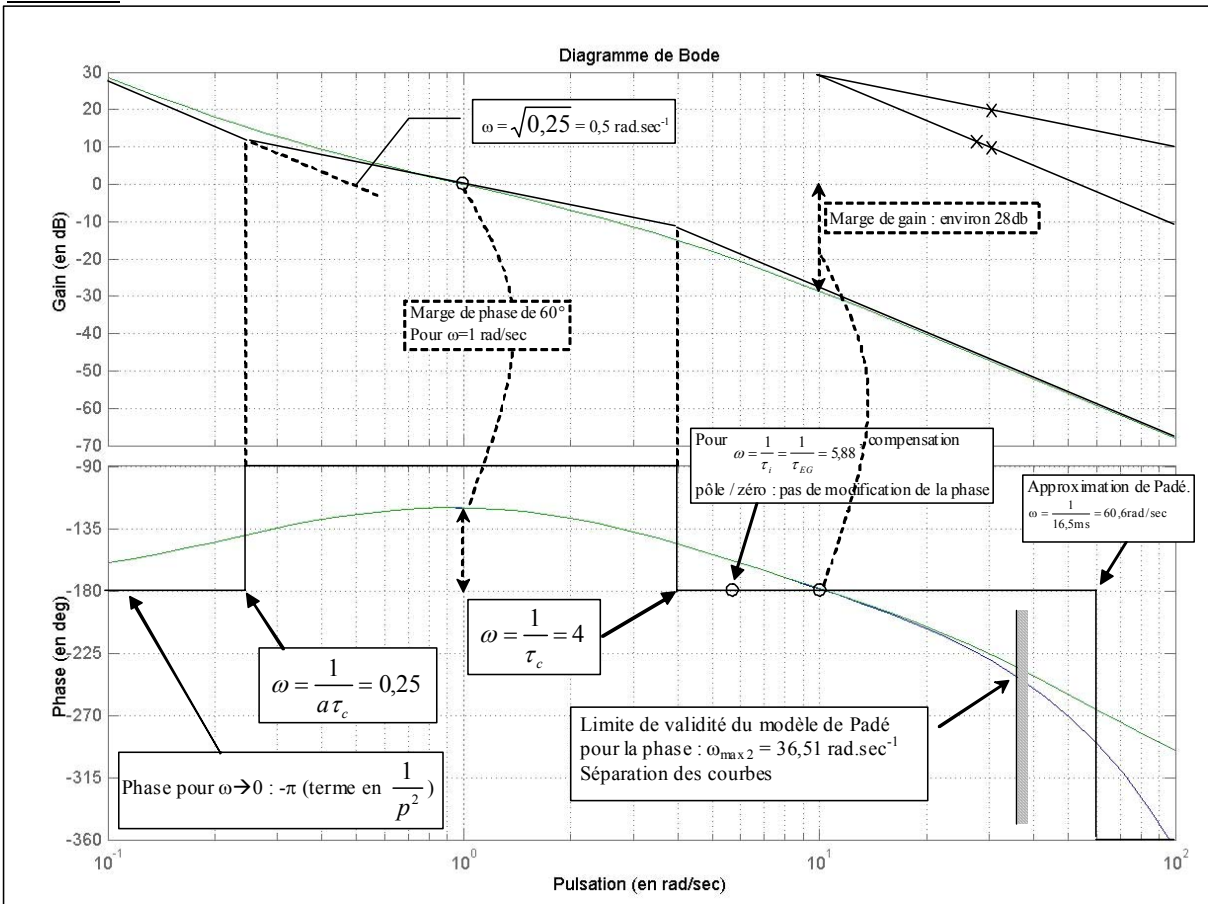
$$K_p = 0,044$$

III.3.13 :

$$BO_C(p) = \left(\frac{1+a\tau_c p}{1+\tau_c p} \right) \frac{K_p K_{dir} K_{ret} e^{-\tau_{dies} p}}{\tau_i p^2} = \left(\frac{1+16 \times 0,25 p}{1+0,25 p} \right) \left(\frac{0,04427083 \cdot 0,96}{0,17} \right) \frac{e^{-0,033 p}}{p^2}$$

$$BO_C(p) = \frac{1+4p}{1+0,25p} \frac{0,25}{p^2} e^{-0,033 p}$$

III.3.14 :



III.3.15 :

Graphiquement, la marge de gain du système ainsi réglé est d'environ 29 db
En réalité : 29,2db pour $\omega=10,4$ rad sec⁻¹

III.3.16 :

La marge de gain de 15 db est respectée !

III – 4 : Comportement dynamique de l'asservissement

III.4.1 :

$$T_d(p) = \frac{1 + a\tau_c p}{1 + \tau_c p} \frac{K_p K_{dir}}{\tau_i p^2} \frac{1 - \frac{\tau_{dies}}{2} p}{1 + \frac{\tau_{dies}}{2} p} \quad T_r(p) = K_{ret}$$

$$BF(p) = \frac{1}{K_{ret}} \frac{1 + \left(a\tau_c - \frac{\tau_{dies}}{2}\right)p - \frac{a\tau_c \tau_{dies}}{2} p^2}{1 + \left(a\tau_c - \frac{\tau_{dies}}{2}\right)p + \left(\frac{\tau_i}{K_{dir} K_p K_{ret}} - \frac{a\tau_c \tau_{dies}}{2}\right)p^2 + \frac{\tau_i}{K_{dir} K_p K_{ret}} \left(\tau_c + \frac{\tau_{dies}}{2}\right)p^3 + \frac{\tau_i \tau_c \tau_{dies}}{K_{dir} K_p K_{ret} 2} p^4}$$

On a donc $G_{BF} = \frac{1}{K_{ret}}$

III.4.2 :

$$G_{BF} = \frac{1}{0,14323944878271} = 6,9813170079786$$

$$G_{BF} = 6,98$$

Au numérateur :

Coefficient sur p : $a\tau_c - \frac{\tau_{dies}}{2} = 16 \times 0,25 - \frac{0,033}{2} = 3,9835$

Coefficient sur p² : $-\frac{a\tau_c \tau_{dies}}{2} = -\frac{16 \times 0,25 \times 0,033}{2} = -0,066$

Au dénominateur :

Coefficient sur p : $a\tau_c - \frac{\tau_{dies}}{2} = 3,9835$ (idem coefficient sur p du numérateur)

Coefficient sur p² : $\frac{\tau_i}{K_{dir} K_p K_{ret}} - \frac{a\tau_c \tau_{dies}}{2} = \frac{0,17}{0,96 \times 0,0442708333} - 0,066 = 3,934$

Coefficient sur p³ : $\frac{\tau_i}{K_{dir} K_p K_{ret}} \left(\tau_c + \frac{\tau_{dies}}{2}\right) = \frac{0,17}{0,96 \times 0,0442708333} \left(0,25 + \frac{0,033}{2}\right) = 1,066$

Coefficient sur p⁴ : $\frac{\tau_i \tau_c \tau_{dies}}{K_{dir} K_p K_{ret} 2} = \frac{0,17 \times 0,25 \times 0,033}{0,96 \times 0,0442708333 \times 2} = 0,0165$

III.4.3 :

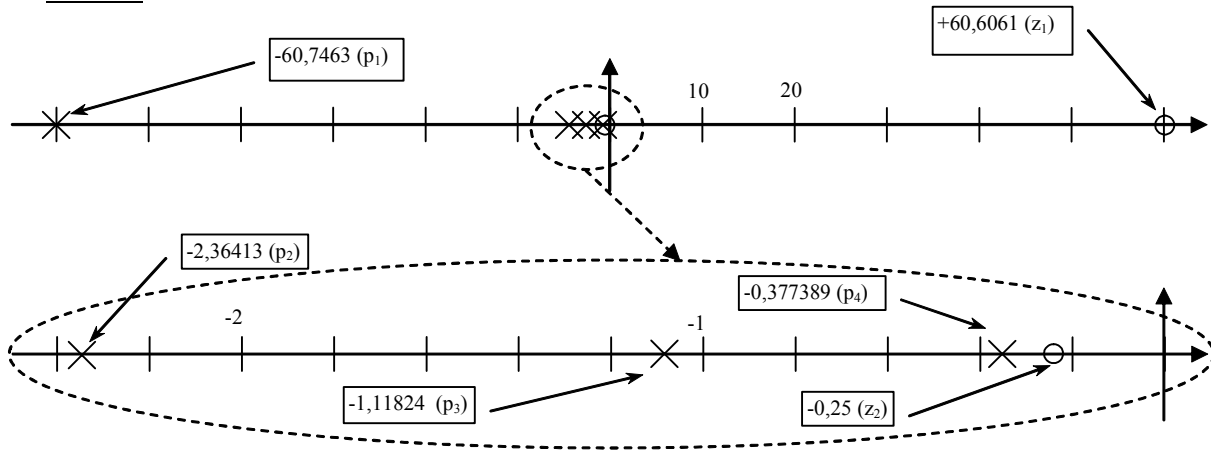
$$BF(p) = K \cdot \frac{(p - z_1)(p - z_2)}{(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)(p - p_4)} \quad \text{donc} \quad BF(j0) = G_{BF} = K \cdot \frac{z_1 z_2}{p_1 p_2 p_3 p_4}$$

$$G_{BF} = K \cdot \frac{z_1 z_2}{p_1 p_2 p_3 p_4} = -27,9253 \frac{60,6061 \times (-0,25)}{(-60,7463)(-2,36413)(-1,11824)(-0,377389)}$$

$$G_{BF} = 6,98$$

On retrouve un résultat connu : $G_{BF} = \frac{1}{K_{ret}} = \frac{1}{0,1432394487827} = 6,98 !$

III.4.4 :



III.4.5 :

Les pôles dominants sont les pôles p_2 , p_3 et p_4 car ils sont les plus proches de l'origine. Leur constantes de temps associées sont très grandes $\left(\frac{-1}{p_4} = \frac{-1}{-0,377} = 2,65 \text{ sec} \right)$. Dans les expressions temporelles, les termes en exponentiel associées décroîtront donc lentement et auront une grande influence.

III.4.6 :

Le pôle p_1 et le zéro z_1 sont associés aux constantes de temps les plus rapides :

$$\tau_1 = \frac{-1}{p_1} = \frac{-1}{-60,7463} = 16,46 \text{ ms} \quad \text{et} \quad \tau'_1 = \frac{1}{z_1} = \frac{1}{60,6061} = 16,5 \text{ ms}$$

L'influence des termes correspondants (probablement avec une forme ou un coefficient en exponentielle décroissante) est rapidement négligeable (atteinte du régime permanent en $3 \tau_1 \approx 3 \tau'_1 \approx 50 \text{ ms}$) par rapport aux termes dominants $\left(3 \frac{-1}{z_2} = 3 \frac{-1}{-0,25} = 12 \text{ sec} \right)$.

III.4.7 :

On constate que la constante de temps correspondante est quasiment celle issue du moteur diesel : $\tau_{\text{dies}}/2 = 16,5 \text{ ms}$.

Le pôle et le zéro correspondant ont peu d'influence sur le comportement en boucle fermée. On pourrait donc les simplifier **ce qui revient à considérer le moteur diesel comme un gain pur**.

III.4.8 :

$$T_d(p) = \frac{1 + a\tau_c p}{1 + \tau_c p} \frac{K_p K_{\text{dir}}}{\tau_i p^2} \quad T_r(p) = K_{\text{ret}}$$

$$BF(p) = \frac{1}{K_{\text{ret}}} \frac{1 + a\tau_c p}{1 + a\tau_c p + \frac{\tau_i}{K_{\text{dir}} K_p K_{\text{ret}}} p^2 + \frac{\tau_i \tau_c}{K_{\text{dir}} K_p K_{\text{ret}}} p^3}$$

III.4.9 :

$$G_{BF} = \frac{1}{0,14323944878271} = 6.98 \text{ inchangé}$$

Au numérateur :

$$\text{Coefficient sur } p : a \tau_c = 16 \times 0,25 = 4$$

Au dénominateur :

$$\text{Coefficient sur } p : \text{idem numérateur coefficient sur } p : 4$$

$$\text{Coefficient sur } p^2 : \frac{\tau_i}{K_{div} K_p K_{ret}} = \frac{0,17}{0,96 \times 0,044270833} = 4$$

$$\text{Coefficient sur } p^3 : \frac{\tau_i \tau_c}{K_{div} K_p K_{ret}} = \frac{0,17 \times 0,25}{0,9 \times 0,044270833} = 1$$

$$\text{Donc } BF(p) = 6,98 \frac{1 + 4p}{1 + 4p + 4p^2 + p^3}$$

$$BF(p) = K \cdot \frac{(p - z_1)}{(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)}$$

$$BF(p) = 27,9253 \frac{(p + 0,25)}{(p + 2,61803)(p + 1)(p + 0,381966)}$$

$$\text{Notons que cette fois } G_{BF} = K \cdot \frac{z_1}{p_1 p_2 p_3}$$

$$G_{BF} = 27,9253 \cdot \frac{-0,25}{(-2,61803)(-1)(-0,381966)} = \mathbf{6,98}$$

III.4.10 :

$$\Delta V_{réf_0} = \frac{\Delta \Omega}{G_{BF}} = \frac{3\% \Omega_{nom}}{G_{BF}}$$

$$\text{ou encore } \Delta V_{réf_0} = \frac{\Delta \Omega}{K \cdot \frac{z_1}{p_1 p_2 p_3}} = \frac{3\% \Omega_{nom} p_1 p_2 p_3}{K \cdot z_1}$$

$$\text{ou encore } \Delta V_{réf_0} = K_{ret} \Delta \Omega = K_{ret} 3\% \Omega_{nom}$$

III.4.11 :

$$\Delta V_{réf_0} = \frac{3\% \Omega_{nom}}{G_{BF}} = \frac{3\% \times 75,39 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}}{6,98} = 0,324V$$

III.4.12 :

$$\Delta V_{réf}(p) = \frac{\Delta V_{réf_0}}{p} \text{ donc } \begin{cases} \Delta\Omega(p) = BF(p) \frac{\Delta V_{réf_0}}{p} = K \cdot \frac{(p-z_1)}{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)} \frac{\Delta V_{réf_0}}{p} \\ \Delta\Omega(p) = \frac{K(-z_1)\Delta V_{réf_0}}{(-p_1)(-p_2)(-p_3)} \cdot \frac{\left(1-\frac{p}{z_1}\right)}{\left(1-\frac{p}{p_1}\right)\left(1-\frac{p}{p_2}\right)\left(1-\frac{p}{p_3}\right)p} \end{cases}$$

$$\Delta\Omega(p) = \Delta\Omega_\infty \frac{(1+\tau_{z_1}p)}{(1+\tau_{p_1}p)(1+\tau_2p)(1+\tau_3p)p}$$

avec $\tau_{z_1} = \frac{-1}{z_1}$ $\tau_{p_1} = \frac{-1}{p_1}$ $\tau_2 = \frac{-1}{p_2}$ $\tau_3 = \frac{-1}{p_3}$

$$\Delta\Omega_\infty = \frac{Kz_1\Delta V_{réf_0}}{p_1p_2p_3} \text{ ou bien avec } G_{BF} = K \cdot \frac{z_1}{p_1p_2p_3} : \Delta\Omega_\infty = G_{BF}\Delta V_{réf_0}$$

III.4.13 :

$$\tau_{z_1} = \frac{-1}{-0,25} = 4 \text{ sec}$$

$$\tau_{p_1} = \frac{-1}{-2,61165} = 382,9 \text{ ms}$$

$$\tau_2 = \frac{-1}{-1} = 1 \text{ sec}$$

$$\tau_3 = \frac{-1}{-0,382898} = 2,611661591 \text{ sec}$$

$$\Delta\Omega_\infty = \frac{27,8873 \times (-0,250341) \times 0,324V}{(-2,61165) \times (-1) \times (-0,382898)} = 6,98 \times 0,324V = 2,262 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\Delta N_\infty = \frac{\Delta\Omega_\infty}{2\pi} 60 = \frac{2,26196244 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}}{2\pi} 60 = 21,6 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} \quad (3\% \text{ de } 720 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} !)$$

III.4.14 :

Dans la table, on trouve l'expression : $\frac{1+ap}{p(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)}$ qui a pour original :

$$1 - \frac{T_1(T_1-a)}{(T_1-T_2)(T_1-T_3)} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2(T_2-a)}{(T_2-T_1)(T_2-T_3)} e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{T_3(T_3-a)}{(T_3-T_1)(T_3-T_2)} e^{-\frac{t}{T_3}}$$

$$\Omega(t) = \Omega_{\text{nom}} + \Delta\Omega_\infty \left[1 - \frac{T_1(T_1-a)}{(T_1-T_2)(T_1-T_3)} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2(T_2-a)}{(T_2-T_1)(T_2-T_3)} e^{-\frac{t}{T_2}} - \frac{T_3(T_3-a)}{(T_3-T_1)(T_3-T_2)} e^{-\frac{t}{T_3}} \right]$$

III.4.15 :

On connaît déjà :

$$\Omega_{\text{nom}} = 75,39 \text{ rad.sec}^{-1} \text{ ou encore } N_{\text{nom}} = 720 \text{ tr.min}^{-1}$$

$$\Delta\Omega_{\infty} = 2,262 \text{ rad.sec}^{-1} \text{ ou encore } \Delta N_{\infty} = 21,6 \text{ tr.min}^{-1}$$

On identifie :

a	T ₁	T ₂	T ₃
τ_{z1}	τ_{p1}	τ_{p2}	τ_{p3}
4	0,38196659320176	1	2,61803406585926

On calcule les coefficients qui interviennent dans les différents termes de l'expression :

Sur $e^{\frac{-t}{T_1}}$	Sur $e^{\frac{-t}{T_2}}$	Sur $e^{\frac{-t}{T_3}}$
1	-3	1

III.4.16 :

$$N(t) = 720 + 21,3 \left[1 + e^{\frac{-t}{0,381966}} - 3e^{-t} + e^{\frac{-t}{2,61803}} \right]$$

Vérifions que $N(t \rightarrow \infty) = 741,6 \text{ tr.min}^{-1}$

et que $N(t=0) = 720 \text{ tr.min}^{-1}$!

III.4.17 :

Trois commentaires :

- on respecte la plage de 5% imposée par la norme maritime internationale :

$$720 \text{ tr.min}^{-1} + 5\% = 756 \text{ tr.min}^{-1},$$

- D'un point de vue du temps de réponse spécifié à 5sec dans la norme, il n'est pas à considérer ici car nous ne sortons pas de la plage prévue en régime permanent. Cependant on peut constater que le temps de réponse obtenu est trop long. Il faudrait reprendre le dimensionnement en modifiant le paramètre initial donnant la bande passante : ω_0 (Question III.3.9).

- le dépassement n'est pas du à un terme au dénominateur du type second ordre avec amortissement plus petit que 1. **Il est dû au terme au numérateur** : comportement typique d'un zéro au numérateur qui donne **un seul** dépassement.

III.4.18 :

ΔV_{ref_0} n'intervient que sur l'amplitude du terme variationnel.

La modification du paramètre ΔV_{ref_0} fait subir à cette courbe une affinité d'axe horizontal.

Seule la valeur finale et la valeur du dépassement changeront si l'amplitude de l'échelon est modifiée.

III.4.19 :

Si on augmente l'amplitude du créneaux de consigne, on augmente également la valeur de l'accélération. Or celle-ci est limitée par le couple moteur maximum par le biais de la relation fondamentale de la dynamique

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J_{\text{tot}}} (\Gamma_{\text{dies}} - \Gamma_{\text{ch}})$$

Si on se place dans les conditions de fonctionnement nominal on obtient :

$$\left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{\max} = \frac{1}{J_{tot}} (\Gamma_{dies \max} - \Gamma_{nom}) = \frac{(95492 - 71089)}{3050} = \frac{24403,75}{3050} = 8 \text{ rad. sec}^{-2}$$

L'accélération maximale est donc en régime de fonctionnement nominal de 8 rad. sec^{-2} soit de $76,4 \text{ tr. min}^{-1} \text{ sec}^{-1}$

Dans l'essai précédent, avec un échelon de 3%, l'accélération "maximale" obtenue est d'environ (voir pente maximale de la courbe située autour de 0,7 sec) :

Pour $t=0,5 \text{ sec}$ $N=726 \text{ tr. min}^{-1}$

Pour $t=1 \text{ sec}$ $N=734 \text{ tr. min}^{-1}$

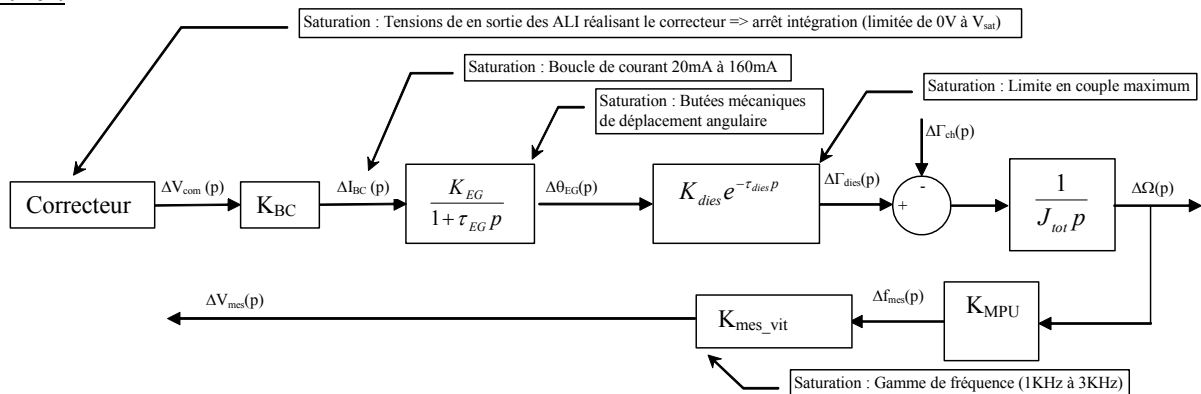
Donc l'accélération est d'environ $16 \text{ tr. min}^{-1} \text{ sec}^{-1}$ soit $1,675 \text{ rad. sec}^{-2}$ ce qui reste en dessous de la limite disponible.

Si maintenant on applique un échelon de consigne de 20% l'accélération sera augmentée (QIII.4.18) du rapport de l'augmentation des amplitudes : $20\% / 3\% = 6,66$.

Il y aura donc une accélération d'environ : $1,675 \text{ rad. sec}^{-2} \times 6,666 = 11,17 \text{ rad. sec}^{-2}$ ce qui est supérieur à l'accélération maximale disponible (8 rad. sec^{-2}) !

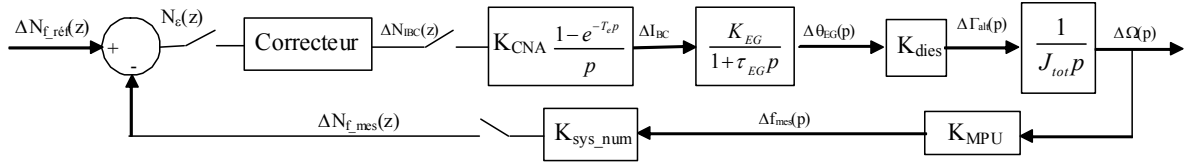
Il va y avoir **saturation** sur le couple délivré par le moteur diesel ($\Gamma_{dies} = \Gamma_{dies \max}$). De ce fait le temps de réponse **sera augmenté par rapport à ce qui est prévu** par l'étude précédente.

III.4.20 :



IV – 1 : Modélisation d'un groupe

IV.1.1 :



IV.1.2 :

$$T_{dir}(p) = \left(K_{CNA} \frac{1 - e^{-T_e p}}{p} \right) \left(\frac{K_{EG}}{1 + \tau_{EG} p} \right) K_{dies} \left(\frac{1}{J_{tot} p} \right)$$

$$T_{dir}(p) = (1 - e^{-T_e p}) \left(\frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies}}{J_{tot}} \right) \frac{1}{(1 + \tau_{EG} p) p^2}$$

IV.1.3 :

$$T(p) = \frac{1}{(1 + \tau p) p^2} = \frac{A}{1 + \tau p} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p^2} = \frac{A p^2 + C + C \tau p + B p + B \tau p^2}{(1 + \tau p) p^2}$$

$$1 = C + (C \tau + B) p + (A + B \tau) p^2 \Rightarrow \begin{cases} 1 = C \\ 0 = C \tau + B \\ 0 = A + B \tau \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 1 \\ B = -\tau \\ A = \tau^2 \end{cases}$$

$$T(p) = \frac{1}{(1 + \tau p) p^2} = \frac{\tau^2}{1 + \tau p} - \frac{\tau}{p} + \frac{1}{p^2} = \frac{\tau}{\frac{1}{\tau} + p} - \frac{\tau}{p} + \frac{1}{p^2}$$

IV.1.4 :

$$T_{BO}(z) = \frac{\Delta N_{f_mes}(z)}{\Delta N_{IBC}(z)} = TZ \left[(1 - e^{-T_e p}) \left(\frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies}}{J_{tot}} \right) \frac{1}{(1 + \tau_{EG} p) p^2} (K_{MPU} K_{sys_num}) \right]$$

$$T_{BO}(z) = \left(\frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies} K_{MPU} K_{sys_num}}{J_{tot}} \right) TZ \left[\frac{1 - e^{-T_e p}}{(1 + \tau_{EG} p) p^2} \right]$$

$$T_{BO}(z) = \left(\frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies} K_{MPU} K_{sys_num}}{J_{tot}} \right) (1 - z^{-1}) TZ \left[\frac{\tau_{EG}}{\frac{1}{\tau_{EG}} + p} - \frac{\tau_{EG}}{p} + \frac{1}{p^2} \right]$$

Pour soulager l'écriture posons : $K = \frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies} K_{MPU} K_{sys_num}}{J_{tot}}$

$$T_{BO}(z) = K(1 - z^{-1}) \times TZ \left[\frac{\tau_{EG}}{\frac{1}{\tau_{EG}} + p} - \frac{\tau_{EG}}{p} + \frac{1}{p^2} \right]$$

$$T_{BO}(z) = K(1 - z^{-1}) \left[\tau_{EG} TZ \left[\frac{1}{\frac{1}{\tau_{EG}} + p} \right] - \tau_{EG} TZ \left[\frac{1}{p} \right] + TZ \left[\frac{1}{p^2} \right] \right]$$

$$T_{BO}(z) = K(1 - z^{-1}) \left[\frac{\tau_{EG} z}{z - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}}} - \frac{\tau_{EG} z}{z - 1} + \frac{T_e z}{(z - 1)^2} \right]$$

IV.1.5 :

On utilise la table donnée en annexe :

$$T_{BO}(z) = \frac{\Delta N_{f_mes}(z)}{\Delta N_{IBC}(z)} = \left(\frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies} K_{MPU} K_{sys_num}}{J_{tot}} \right) TZ \left[\frac{1 - e^{-T_e p}}{(1 + \tau_{EG} p) p^2} \right]$$

$$T_{BO}(z) = \left(\frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies} K_{MPU} K_{sys_num}}{J_{tot}} \right) (1 - z^{-1}) TZ \left[\frac{1}{(1 + \tau_{EG} p) p^2} \right]$$

Pour soulager l'écriture posons : $K = \frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies} K_{MPU} K_{sys_num}}{J_{tot}}$

$$T_{BO}(z) = K(1 - z^{-1}) TZ \left[\frac{1}{(1 + \tau_{EG} p) p^2} \right] = K \left(\frac{z - 1}{z} \right) TZ \left[\frac{\frac{1}{\tau_{EG}}}{\left(\frac{1}{\tau_{EG}} + p \right) p^2} \right]$$

$$T_{BO}(z) = K \left(\frac{z - 1}{z} \right) \left[\frac{T_e z}{(z - 1)^2} - \tau_{EG} \frac{z}{z - 1} \frac{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}}}{z - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}}} \right] = K \left[\frac{T_e}{z - 1} - \tau_{EG} \frac{1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}}}{z - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}}} \right]$$

$$T_{BO}(z) = K \left[\frac{T_e \left(z - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} \right) + \left(\tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - \tau_{EG} \right) (z - 1)}{(z - 1) \left(z - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} \right)} \right]$$

$$T_{BO}(z) = K \left[\frac{\left(\tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - \tau_{EG} + T_e \right) z - \left(T_e e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} + \tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - \tau_{EG} \right)}{(z - 1) \left(z - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} \right)} \right]$$

$$T_{BO}(z) = K \left(\tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - \tau_{EG} + T_e \right) \frac{\left(1 - \frac{T_e e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} + \tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - \tau_{EG}}{T_e} z^{-1} \right) z^{-1}}{\tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - \tau_{EG} + T_e} \frac{1}{(1 - z^{-1}) \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} z^{-1} \right)}$$

Ce qui est la forme demandée $T_{BO}(z) = G \frac{(1 + az^{-1})z^{-1}}{(1 + bz^{-1})(1 - z^{-1})}$

IV.1.6 :

$$G = \frac{K_{CNA} K_{EG} K_{dies} K_{MPU} K_{sys_num}}{J_{tot}} \left(T_e + \tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - \tau_{EG} \right) = 0,61802886130013$$

$$a = \frac{\tau_{EG} - \tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - T_e e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}}}{T_e + \tau_{EG} e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} - \tau_{EG}} = 0,67875894433120$$

$$b = -e^{-\frac{T_e}{\tau_{EG}}} = -0,30904515347929$$

$$c = -1$$

$$G = 0,618 \quad a = 0,679 \quad b = -0,31 \quad c = -1$$

IV – 2 : Mise en place d'un correcteur par la méthode du placement des pôles

IV.2.1 :

Il faut deux intégrateurs dans la chaîne directe qui en possède déjà un naturellement. Il suffit donc d'en ajouter un :

$$C_1(z) = \frac{z}{z-1} = \frac{1}{1-z^{-1}}$$

IV.2.2 :

Il n'y a qu'un seul zéro.

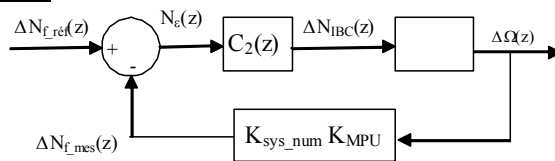
Il y a deux pôles, mais l'un correspond à l'intégrateur pur, il n'y en a donc qu'un seul restant à compenser. D'où le correcteur $C_2(z)$:

$$C_2(z) = \frac{1+bz^{-1}}{(1-z^{-1})(1+az^{-1})}$$

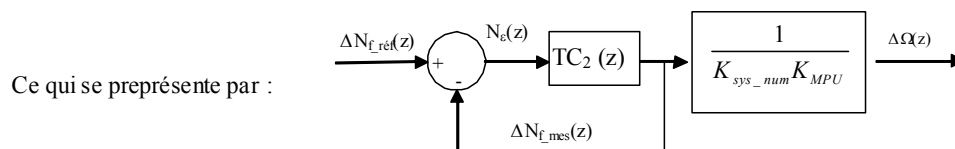
IV.2.3 :

$$TC_2(z) = T_{BO}(z) \cdot C_2(z) = \left(G \frac{(1+az^{-1})z^{-1}}{(1+bz^{-1})(1-z^{-1})} \right) \left(\frac{1+bz^{-1}}{(1-z^{-1})(1+az^{-1})} \right) = \frac{Gz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$$

IV.2.4 :



$$\text{Mais : } BF_{C_2}(z) = \frac{\Delta\Omega(z)}{\Delta N_{f_réf}(z)} = \frac{\Delta\Omega(z)}{\Delta N_{f_mes}(z)} \times \frac{\Delta N_{f_mes}(z)}{\Delta N_{f_réf}(z)} = \frac{1}{K_{sys_nul} K_{MPU}} \cdot \frac{TC_2(z)}{1+TC_2(z)}$$



$$BF_{C_2}(z) = \frac{\Delta\Omega(z)}{\Delta N_{f_réf}(z)} = \frac{1}{K_{sys_nul} K_{MPU}} \cdot \frac{TC_2(z)}{1+TC_2(z)} = \frac{1}{K_{sys_nul} K_{MPU}} \cdot \frac{Gz^{-1}}{1 + \frac{Gz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}}$$

$$BF_{C_2}(z) = \frac{1}{K_{sys_nul} K_{MPU}} \cdot \frac{Gz^{-1}}{(1-z^{-1})^2 + Gz^{-1}} = \frac{1}{K_{sys_nul} K_{MPU}} \cdot \frac{Gz^{-1}}{1 + (G-2)z^{-1} + z^{-2}}$$

IV.2.5 :

Le système obtenu est oscillant. On le voit par identification avec les formes données dans les tables : au dénominateur, les coefficients sur les termes en $z^0=1$ et z^{-2} sont unitaires. Dès lors, le second ordre correspondant a un coefficient d'amortissement nul [$\exp(-aT) = 1$].

IV.2.6 :

Les pôles de la boucle ouverte sont à module unitaire : ce résultat était donc prévisible !

Le même réglage (Question II.2.14) qu'en continu (compensation pôle/zéro) conduit au même résultat (Question II.2.15).

IV.2.7 :

$$C_3(z) = K_c \frac{(1 + bz^{-1})(1 + nz^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + az^{-1})}$$
$$TC_3(z) = T(z).C_3(z) = \left(G \frac{(1 + az^{-1})z^{-1}}{(1 + bz^{-1})(1 - z^{-1})} \right) \left(K_c \frac{(1 + bz^{-1})(1 + nz^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + az^{-1})} \right)$$
$$= \frac{K_c G(1 + nz^{-1})z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$$

IV.2.8 :

$$BF_{C_3}(z) = \frac{1}{K_{sys_num} K_{MPU}} \cdot \frac{\frac{K_c G(1 + nz^{-1})z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}}{1 + \frac{K_c G(1 + nz^{-1})z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}}$$
$$BF_{C_3}(z) = \frac{1}{K_{sys_num} K_{MPU}} \cdot \frac{K_c G(1 + nz^{-1})z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2 + K_c G(1 + nz^{-1})z^{-1}}$$
$$= \frac{1}{K_{sys_num} K_{MPU}} \cdot \frac{K_c Gz^{-1} + nK_c Gz^{-2}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2} + K_c Gz^{-1} + nK_c Gz^{-2}}$$

$$BF_{C_3}(z) = \frac{1}{K_{sys_num} K_{MPU}} \cdot \frac{K_c Gz^{-1} + nK_c Gz^{-2}}{1 + (K_c G - 2)z^{-1} + (1 + nK_c G)z^{-2}}$$

IV.2.9 :

$$\frac{G_{pb}}{1 + \frac{2m}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n}}$$

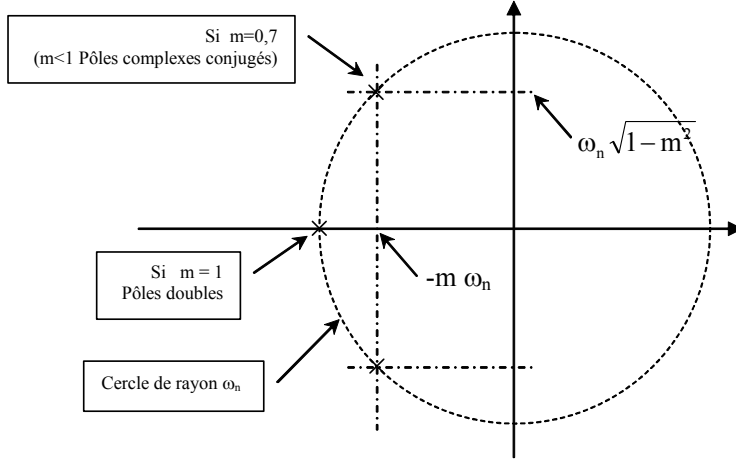
IV.2.10 :

Il faut $m \in [1; \infty[$ Valeur inférieure limite $m_1 = 1$

IV.2.11 :

Il faut $m = 0,7$ ce que l'on vérifie sur l'abaque de l'annexe G.

IV.2.12 :



IV.2.13 :

$p_{1,2} = \omega_n (-m \pm j\sqrt{1-m^2})$ les pôles sont complexes conjugués

IV.2.14 :

$$z_i = e^{T_c p_i}$$

IV.2.15 :

$$D(z) = (1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1}) = 1 - (z_1 + z_2)z^{-1} + z_1 z_2 z^{-2}$$

$$\text{Coef}_1 = -(z_1 + z_2) = -(e^{T_c p_1} + e^{T_c \bar{p}_1}) = -\left[e^{T_c (-m\omega_n + j\omega_n \sqrt{1-m^2})} + e^{T_c (-m\omega_n - j\omega_n \sqrt{1-m^2})} \right]$$

$$\text{Coef}_1 = -2e^{-T_c m\omega_n} \frac{e^{j\omega_n T_c \sqrt{1-m^2}} + e^{-j\omega_n T_c \sqrt{1-m^2}}}{2} = -2e^{-T_c m\omega_n} \cos(\omega_n T_c \sqrt{1-m^2})$$

$$\text{Coef}_1 = -2e^{-T_c m\omega_n} \cos(\omega_n T_c \sqrt{1-m^2})$$

$$\text{Coef}_2 = z_1 z_2 = e^{T_c p_1} e^{T_c \bar{p}_1} = e^{T_c (p_1 + \bar{p}_1)} = e^{-2mT_c \omega_n}$$

IV.2.16 :

Pour $m=1$, le temps de réponse réduit est (voir abaque) de 0,75 : $\frac{T_{r5\%} \omega_n}{2\pi} = 0,75$

Donc si l'on veut un temps de réponse de 4 secondes, avec un comportement en limite de dépassement, on en déduit la valeur de ω_n qu'il faut prendre :

$$\omega_n = \frac{0,75 \times 2\pi}{T_{r5\%}} = \frac{0,75 \times 2\pi}{4 \text{ sec}} = 1,17809724509617 \text{ rad.sec}^{-1}$$

et

$$m = 1$$

$$\omega_n = 1,17 \text{ rad.sec}^{-1}$$

IV.2.17 :

$$\text{Coef}_1 = -2e^{-T_c m\omega_n} \cos(\omega_n T_c \sqrt{1-m^2}) = -1,58$$

$$\text{Coef}_2 = e^{-2mT_c \omega_n} = 0,624$$

IV.2.18 :

Par identification des deux polynômes aux dénominateurs, il vient

$$\begin{cases} K_c G - 2 = coef_1 \\ 1 + nK_c G = coef_2 \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} K_c = \frac{2 + coef_1}{G} \\ n = \frac{coef_2 - 1}{2 + coef_1} \end{cases}$$

$$K_c = \frac{2 - 1,58016256587551}{0,61802886130013} = 0,67931687403933$$

$$n = \frac{0,62422843364857 - 1}{2 - 1,58016256587551} = -0,89504064146888$$

$$\begin{aligned} K_c &= 0,68 \\ n &= -0,89 \end{aligned}$$

IV.2.19 :

Finalement, on va mettre en place le correcteur numérique suivant :

$$C_3(z) = K_c \frac{(1 + bz^{-1})(1 + nz^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + az^{-1})}$$

$$C_3(z) = 0,67931687403933 \frac{(1 - 0,30904515347929z^{-1})(1 - 0,89504064146888z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + 0,67875894433120z^{-1})}$$

$$C_3(z) = 0,68 \frac{(1 - 0,31z^{-1})(1 - 0,895z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + 0,679z^{-1})}$$

IV.2.20 :

Il y a un dépassement alors que "le calcul théorique" n'en prévoit pas.

Le zéro du numérateur obtenu en boucle fermée (BF_{C3}) intervient également dans le comportement final de la boucle. Or on a fait un raisonnement en considérant uniquement le dénominateur ce qui ne donne bien sûr pas le comportement réel !

Le temps de réponse de 4 secondes est cependant obtenu.

On peut noter également l'oscillation en régime établi du courant I_{BC}(t). Ceci est dû à la résolution (781,25µA) du convertisseur numérique analogique : On ne tombe pas juste sur le courant qu'il faudrait pour fournir l'angle et donc le couple nominal.

Du fait des intégrateurs qui sont dans le système bouclé, on oscille donc en permanence entre les deux valeurs de courant fournies par le convertisseur numérique analogique qui encadrent cette valeur théorique.

Désormais :

$$G = 0,618$$

$$a = 0,68$$

$$b = -0,31$$

$$K_c = 0,68$$

$$n = -0,9$$

IV – 3 : Mise en place technique d'un correcteur numérique

IV.3.1 :

$$\frac{N_{IBC}(z)}{N_{\varepsilon}(z)} = K_c \frac{(1+bz^{-1})(1+nz^{-1})}{(1-z^{-1})(1+az^{-1})} = K_c \frac{1+(b+n)z^{-1}+bnz^{-2}}{1+(a-1)z^{-1}-az^{-2}}$$

$$N_{IBC}(k) + (a-1)N_{IBC}(k-1) - aN_{IBC}(k-2) = K_c N_{\varepsilon}(k) + K_c(b+n)N_{\varepsilon}(k-1) + K_c bn N_{\varepsilon}(k-2)$$

$$N_{IBC}(k) = K_c N_{\varepsilon}(k) + K_c(b+n)N_{\varepsilon}(k-1) + K_c bn N_{\varepsilon}(k-2) + (1-a)N_{IBC}(k-1) + aN_{IBC}(k-2)$$

$$N_{IBC}(k) = 0,68 N_{\varepsilon}(k) - 0,8228 N_{\varepsilon}(k-1) + 0,18972 N_{\varepsilon}(k-2) + 0,32 N_{IBC}(k-1) + 0,68 N_{IBC}(k-2)$$

IV.3.2 :

b ₁₅	b ₁₄	b ₁₃	b ₁₂	b ₁₁	b ₁₀	b ₉	b ₈
-2 ⁰	2 ⁻¹	2 ⁻²	2 ⁻³	2 ⁻⁴	2 ⁻⁵	2 ⁻⁶	2 ⁻⁷
-1	0,5	0,25	0,125	0,062 5	0,031 25	0,015 625	0,007 812 5

b ₇	b ₆	b ₅	b ₄	b ₃	b ₂	b ₁	b ₀
2 ⁻⁸	2 ⁻⁹	2 ⁻¹⁰	2 ⁻¹¹	2 ⁻¹²	2 ⁻¹³	2 ⁻¹⁴	2 ⁻¹⁵
0,00390625	0,001953125	9,765625.10 ⁻⁴	4,8828125.10 ⁻⁴	2,44140625.10 ⁻⁴	1,220703125.10 ⁻⁴	6,103515625.10 ⁻⁵	3,0517578125.10 ⁻⁵

IV.3.3 :

$$q = 2^{-15} = 0,000\ 030\ 517\ 578\ 125$$

IV.3.4 :

$$\text{de } 0x8000 = 1000\ 0000\ 0000\ 0000 = -1$$

$$\text{à } 0x7FFF = 0111\ 1111\ 1111\ 1111 = 1-q = \mathbf{0,999\ 969\ 482\ 421\ 875}$$

IV.3.5 :

0,68 / q	= 22 282,24	22 282	0x570A
- 0,8228 / q	= -26 961,5104	-26 962	0x96AE
+ 0,18972 / q	= 6 216,744 96	6 217	0x1849
+ 0,32 / q	= 10 485,76	10 486	0x28F6
+ 0,68 / q	= 22 282,24	22 282	0x570A

IV – 4 : Contrôle par retour d'état

IV.4.1 :

[B] est la matrice d'application de la commande.

IV.4.2 :

[C] est la matrice d'observation du système.

IV.4.3 :

[D] est la matrice de transmission directe ou de transfert direct.

IV.4.4 :

$$x_1(z) = \frac{z}{z^2 + (b+c)z + bc} U(z) \quad x_2(z) = \frac{1}{z^2 + (b+c)z + bc} U(z)$$

IV.4.5 :

$$T_{VE}(z) = \frac{Gz}{z^2 + (b+c)z + bc} + \frac{Ga}{z^2 + (b+c)z + bc} = G \frac{z+a}{z^2 + (b+c)z + bc} = G \frac{(z+a)}{(z+b)(z+c)}$$

avec $c=-1$ on obtient $T_{VE}(z) = G \frac{(z+a)}{(z+b)(z-1)} = G \frac{(1+az^{-1})z^{-1}}{(1+bz^{-1})(1-z^{-1})}$ qui est la fonction de transfert en Z du système en boucle ouverte étudié au paragraphe IV.3 précédent (Question IV.1.5)

IV.4.6 :

$$P(z) = bc + (b+c)z + z^2$$

IV.4.7 :

$$\text{Si } T_{VE}(z) = \frac{0z^2 + Gz + Ga}{z^2 + (b+c)z + bc} = \frac{b_0z^n + b_1z^{n-1} + \dots + b_n}{z^n + a_1z^{n-1} + \dots + a_n}$$

$$\text{Alors } [A] = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_n \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[C] = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n]$$

C'est une forme dite commandable.

IV.4.8 :

La matrice [A] correspondant à la représentation **compagne** du polynôme caractéristique :

$$\text{Si } P(z) = a_n + a_{n-1}z + \dots + a_1z^2 + z^n \quad \text{alors } [A] \text{ s'écrit : } [A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & 0 & -a_{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ici, } P(z) = bc + (b+c)z + z^2 \text{ donc immédiatement } [A_2] = \begin{bmatrix} 0 & -bc \\ 1 & -(b+c) \end{bmatrix}$$

et pour information :

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} -\frac{aG}{bc} & G \end{bmatrix} \quad [D] = [0]$$

$$x_1(z) = \frac{-bc}{z^2 + (b+c)z + bc} U(z) \quad x_2(z) = \frac{z}{z^2 + (b+c)z + bc} U(z)$$

$$T_{VE}(z) = \frac{-aG}{bc} \frac{-bc}{z^2 + (b+c)z + bc} + \frac{Gz}{z^2 + (b+c)z + bc} = G \frac{(z+a)}{(z+b)(z+c)}$$

$$T_{VE}(z) = G \frac{(1+az^{-1})z^{-1}}{(1+bz^{-1})(1+cz^{-1})}$$

IV.4.9 :

Si $a = 0,68$ $b = -0,31$ $c = -1$ $G = 0,618$

$$[A] = \begin{bmatrix} -(b+c) & -bc \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,31 & -0,31 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [C] = [0,618 \quad 0,42024]$$

et bien sur $[D]=[0]$

IV.4.10 :

Le système est d'ordre 2 (matrice A carrée 2x2) : Il faut calculer la matrice dite d'observabilité : $\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$. Calculons $[C][A] = [0,618 \quad 0,42024] \begin{bmatrix} 1,31 & -0,31 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = [1,22982 \quad -0,19158]$

$$\text{Ainsi } \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,618 & 0,42024 \\ 1,22982 & -0,19158 \end{bmatrix}$$

IV.4.11 :

Il faut regarder le rang de la matrice $\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$: le système est observable si le rang=ordre = 2.

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,618 & 0,42024 \\ 1,22982 & -0,19158 \end{bmatrix} \text{ est une matrice de rang 2 : le système est donc observable.}$$

IV.4.12 :

Le système est d'ordre 2 (matrice A carrée 2x2) : Il faut calculer la matrice de commandabilité (ou de gouvernabilité) : $[B \ AB]$.

$$\text{On a immédiatement : } [B \ AB] = \begin{bmatrix} 1 & 1,31 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

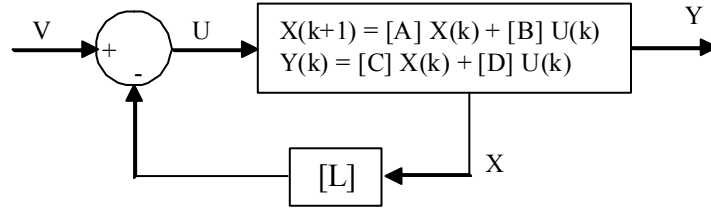
IV.4.13 :

Il faut regarder le rang de la matrice $[B \ AB]$: le système est observable si le rang=ordre=2.

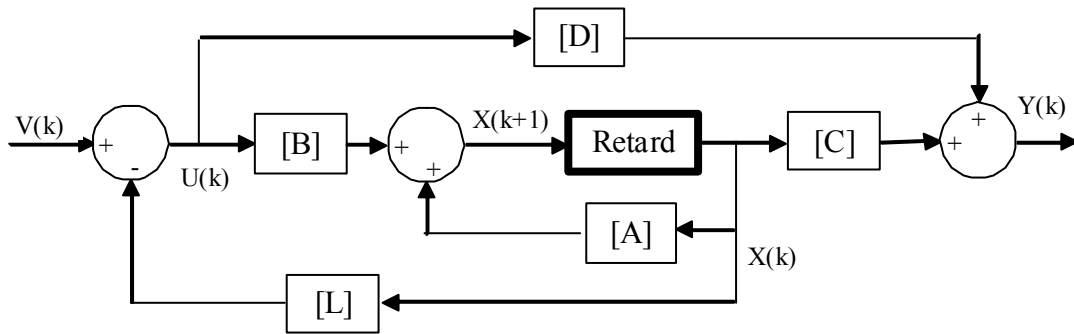
$$[B \ AB] = \begin{bmatrix} 1 & 1,31 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ est une matrice de rang 2 : le système est donc commandable ce qui}$$

est évident puisqu'on a une forme commandable...

IV.4.14 :



ou encore :



IV.4.15 :

La matrice d'évolution du système bouclé s'écrit :

$$A - BL = \begin{bmatrix} -(b+c) & -bc \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(b+c) & -bc \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(b+c+l_1) & -bc-l_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

IV.4.16 :

C'est encore une forme commandable :

$$[A] = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_n \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec } H(z) = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n}$$

$$A' = \begin{bmatrix} -(b+c+l_1) & -(bc+l_2) \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{donc le polynôme caractéristique est immédiat :}$$

$$P(z) = (bc+l_2) + (b+c+l_1)z + z^2$$

IV.4.17 :

$$P(z) = D(z) = 1 + \text{coef}_1 z^{-1} + \text{coef}_2 z^{-2} \quad \text{ou encore} \quad P(z) = z^2 + \text{coef}_1 z + \text{coef}_2$$

$$\text{Il vient par identification :} \quad \text{coef}_1 = b + c + l_1 \quad \text{et} \quad \text{coef}_2 = bc + l_2$$

$$\text{D'où} \quad [L] = [\text{coef}_1 - b - c \quad \text{coef}_2 - bc]$$

IV.4.18 :

$$[L] = [-1,5801 + 1,31 \quad 0,6242284 - 0,31]$$

$$[L] = [-0,2701 \quad 0,3142284]$$